

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA



**Variación interanual en la estructura vertical de  
las ondas de Kelvin ecuatoriales y su impacto en  
las ondas atrapadas a la costa frente a Perú y  
Chile**

**ERIC LEONARDO SÁNCHEZ MUÑOZ**

**Habilitación Profesional  
para optar al título de Geofísico**

20 de julio de 2013

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

**Variación interanual en la estructura vertical de  
las ondas de Kelvin ecuatoriales y su impacto en  
las ondas atrapadas a la costa frente a Perú y  
Chile**

**ERIC LEONARDO SÁNCHEZ MUÑOZ**

**Habilitación Profesional  
para optar al título de Geofísico**

Profesor Guía:

Dr. Oscar Pizarro

Comisión:

Dr. Oscar Pizarro, Dr. Aldo Montecinos, Dr. Gary Shaffer, Dr. Marcel Ramos



20 de julio de 2013

*dedicada a mis Padres  
y a las circunstancias  
de la Naturaleza*

## Resumen

Los vientos ecuatoriales fuerzan ondas de Kelvin oceánicas que se propagan hacia el océano Pacífico oriental. Allí interaccionan con un borde continental que transforma el frente de ondas y permite la excitación de ondas atrapadas a la costa (OAC). Estas transmiten variabilidad intraestacional hacia el sur y modifican las características espaciales y temporales del océano frente a las costas de Perú y Chile.

La dinámica costera asociada a estas ondas, depende principalmente de los cambios meridionales de la estratificación y la forma del margen continental (plataforma mas talud). Para calcular sus estructuras espaciales, se utilizaron los resultados de la simulación del sistema de circulación Humboldt proporcionada por el Dr. Boris Dewitte, y mediante la aplicación del modelo lineal de OAC de Brink y Chapman, fueron estimados los modos de las OAC para diferentes escenarios de estratificación asociados a los ciclos El Niño-Oscilación del sur.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>6</b>
1.1. Formulación del problema . . . . .	7
1.2. Hipótesis . . . . .	8
1.3. Objetivos . . . . .	9
1.3.1. Objetivo general . . . . .	9
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	9
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>10</b>
2.1. Región de estudio . . . . .	10
2.2. El Niño-Oscilación del Sur . . . . .	10
2.3. Ondas ecuatoriales y su influencia frente a las costas de Sudamérica . . .	13
2.3.1. Oscilaciones atmosféricas de Madden-Julian . . . . .	13
2.3.2. Oscilaciones oceánicas . . . . .	14
2.4. Ondas Atrapadas a la Costa . . . . .	15
2.4.1. Ecuaciones de movimiento . . . . .	16
2.4.2. Ondas de Kelvin . . . . .	17
2.4.3. Ondas de la Plataforma Continental . . . . .	20
<b>3. Metodología</b>	<b>25</b>
3.1. Modelación Sistema de Circulación Humboldt (1958-2008) . . . . .	25
3.2. Modelo numérico de OAC de Brink y Chapman . . . . .	27
3.3. Simulación de las OAC . . . . .	28
3.4. Salidas de la simulación . . . . .	30
3.5. Proyección temporal de las OAC y reconstrucción de los campos de presión y velocidad meridional . . . . .	30
3.6. Proyección en modos de ondas de Kelvin ecuatoriales . . . . .	31
3.7. Estimación del flujo de energía de las OAC . . . . .	32
3.8. Confección compuestos El Niño, La Niña y El Niño Extraordinario . . . .	33
3.9. Estimación de correlaciones y significancia estadística . . . . .	35
<b>4. Resultados y Discusión</b>	<b>37</b>
4.1. Modelo de OAC de Brink y Chapman . . . . .	37
4.1.1. Estructura espacial de las OAC . . . . .	37
4.1.2. Salidas modelo OAC . . . . .	40
4.2. Flujo de energía entre la región ecuatorial (OKE) y Sudamérica (OAC) .	42

---

4.3. Flujo de energía de las OAC en la costa de Sudamérica . . . . .	43
4.4. Descripción de campos de presión y corrientes . . . . .	45
4.5. Efectos friccionales sobre las OAC . . . . .	46
<b>. Conclusiones</b>	<b>51</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>51</b>
<b>A. Modos normales en un océano continuamente estratificado</b>	<b>56</b>

# Índice de tablas

3.1. Clasificación eventos ENOS: El Niño (EN), La Niña (LN) y El Niño extraordinario (ENE), durante el periodo 1958-2008. . . . .	35
4.1. Parámetros obtenidos en las simulaciones de las OAC durante los eventos EN 1998 (a) y LN 1999 (b): Velocidad de fase para cada modo $c_n$ en m/s, radio interno de deformación de Rossby $R_1$ en km, ancho margen continental $L$ en km y parámetro de Burger $B$ (adimensional). . . . .	40
4.2. Tasas de flujo de energía transferido desde el ecuador ( $85^\circ\text{W}$ ) hacia la costa ( $7^\circ\text{S}$ ) para los compuestos anuales EN, LN y ENE. También se presentan el flujo ecuatorial y costero respectivo. . . . .	42
4.3. Compuesto anual del flujo de energía promedio para regiones costeras de Sudamérica. . . . .	44
4.4. Coeficientes de acoplamiento con el viento $[b_n] = m^{-1/2}$ y coeficientes de arrastre de fondo $[a_{nn}] = 10^{-7} \cdot m^{-1}$ durante EN 1998 (a) y LN 1999 (b). . . . .	49

# Índice de figuras

1.1.	Perfiles meridionales de $N^2$ a lo largo de la costa Sudamericana. Nótese que la termoclina ecuatorial se extiende a 300 m de profundidad en la fase cálida, mientras que se reduce a cerca de 60 m durante la fase fría. . . . .	8
2.1.	Compuesto de verano del sistema acoplado océano-atmósfera del Pacífico ecuatorial. La dinámica atmosférica es gobernada por la celda de Walker. En la componente oceánica, la región sombreada representa la temperatura superficial del mar, siendo mayor hacia el oeste (poza cálida) y más fría hacia la región oriental (lengua de agua fría). Esquema extraído del sitio web de la NOAA: <a href="http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis_monitoring/ensocycle/meanrain.shtml">http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis_monitoring/ensocycle/meanrain.shtml</a> . . . . .	12
2.2.	Relación de dispersión para ondas ecuatoriales oceánicas. El forzamiento de las OAC en la costa este ecuatorial es proporcional al flujo de energía incidente, entre las OIG y las ondas de Rossby planetarias. Imagen extraída del trabajo de Clarke (1983). . . . .	15
2.3.	Esquema modelo de gravedad reducida. Imagen extraída del libro <i>Atmospheric and oceanic fluid dynamics</i> de Vallis, 2006. . . . .	18
2.4.	Efecto variable del estrés del viento sobre un océano costero occidental en el hemisferio sur. Imagen extraída del libro <i>An Introduction to Physical Oceanography</i> de Tomczak. . . . .	24
3.1.	Región de estudio del océano Pacífico sur-oriental. Los puntos azules representan las regiones simuladas exitosamente, mientras que los puntos verdes fueron retirados del análisis. Las marcas amarillas indican la sección ecuatorial estudiada. . . . .	26
3.2.	Definición sistema coordenado utilizado en el modelo de OAC. Imagen extraída del reporte técnico de Brink y Chapman (1987). . . . .	27
3.3.	Definición de regiones El Niño 1+2, 3, 4 y 3-4 sobre el Pacífico ecuatorial. Imagen extraída del sitio web de la NOAA ( <i>National Climatic Data Center</i> ) <a href="http://www.ncdc.noaa.gov/teleconnections/enso/indicators/sst.php#oni">http://www.ncdc.noaa.gov/teleconnections/enso/indicators/sst.php#oni</a> . . . . .	33
3.4.	Índice ENOS de la región ecuatorial El Niño 3-4. Su estimación fue realizada en base a los forzantes de la SSCH; reanálisis SODA, versión 2.1.6.34	

---

4.1. Estructuras espaciales de la presión obtenida durante EN 1998. De izquierda a derecha se disponen los 4 primeros modos de las OAC para las localidades: Callao (12°S), Iquique (20°S), Coquimbo (30°S) y Concepción (37°S). . . . .	38
4.2. Estructuras espaciales de la presión obtenidas de las simulaciones de OAC durante EN 1998 y LN 1999 a 20°S (Iquique). . . . .	39
4.3. Compuestos anuales de flujos de energía frente a las costas de Perú y Chile, durante diferentes escenarios de estratificación asociados a los eventos EN, LN y ENE . . . . .	44
4.4. Correlaciones entre los campos de presión (intraestacionales) y los reconstruidos a partir del modelo de OAC, para 4 regiones a lo largo de la costa durante los eventos EN, LN y ENE. . . . .	47
4.5. Correlaciones entre los campos de velocidad meridional (intraestacionales) y los reconstruidos a partir del modelo de OAC, para 4 regiones a lo largo de la costa durante los eventos EN, LN y ENE. . . . .	48
A.1. Distribución vertical de los modos normales en un medio continuamente estratificado a 85°W en el ecuador. . . . .	60

# Capítulo 1

## Introducción

La dinámica del océano en cercanías de los bordes continentales, compone una importante rama de estudio en oceanografía. Estas regiones se caracterizan por ser ambientes muy energéticos en relación al resto del océano, con intensas mareas, gran variabilidad de corrientes, densidad y nivel del mar (Tomczak, 2002). En particular, este trabajo se centra en el estudio de la variabilidad de baja frecuencia frente a las costas de Perú y Chile. Región ubicada en el borde oriental del Pacífico sur-oriental, que constituye una de las zonas de mayor productividad biológica del mundo.

Existen importantes evidencias de propagación de las OAC frente a las costas de Perú y Chile. Diversos estudios han vinculado la variabilidad del nivel del mar y las corrientes asociado al paso de estas ondas (e. g. Shaffer et al., 1997), siendo demostrado que el efecto remoto contribuye mayor energía que el aporte local asociado al paso de sistemas frontales (Pizarro et al., 1994). Mucha de la variabilidad remota es forzada por procesos atmosféricos de gran escala (ondas de Madden-Julian). Estos transmiten variabilidad intraestacional hacia el océano ecuatorial que se propaga hacia el este a través de las ondas de Kelvin ecuatoriales (OKE). Al llegar estas a la costa, una parte importante se propaga libremente como ondas atrapadas a la costa (OAC). Sus propiedades son principalmente modificadas por los cambios en la batimetría y estratificación del océano.

El desafío para este trabajo, consiste en describir ¿Cómo los cambios interanuales en la estructura vertical y la amplitud de las OKE que arriban a la costa oeste de Sudamérica, afectan la variabilidad espacial de las OAC frente a las costas de Perú y Chile?. Para resolver esto se estudian escenarios asociados a la variabilidad interanual de los ciclos ENOS, lo que podría afectar la propagación de las OKE y consecuentemente de las OAC frente a las costas de Perú y Chile.

El problema será analizado usando una simulación de largo periodo (1958-2008) realizada con el modelo ROMS (Regional Ocean Model System) proporcionada por el Dr. Boris Dewitte (Dewitte et al., 2012). ROMS es un sistema de modelación de la circulación del océano, que resuelve numéricamente las ecuaciones primitivas en un dominio regional considerando una superficie libre, balance hidrostático y una topografía variable (Shchepetkin et al., 2005). Este sistema de modelación es probablemente el más usado en la actualidad para estudios oceánicos y es capaz de reproducir adecuadamente

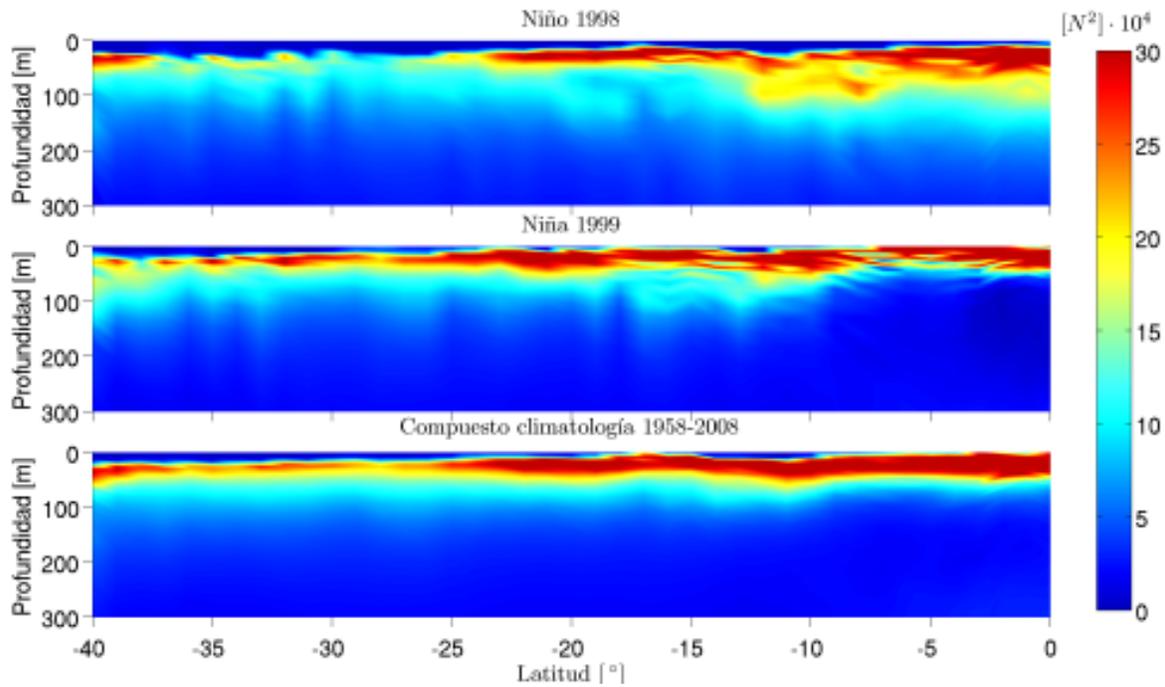
muchas de las características de la circulación regional y fenómenos de mesoescala en el Pacífico sur-oriental (e.g. Penven et al., 2005; Aguirre et al., 2012; Belmadani et al., 2012; Echevin et al., 2011). A partir de la simulación escogida, se describe la variabilidad interanual de las OKE y las OAC, asociadas a diferentes fases ENOS durante el periodo 1958-2008, incluyendo los grandes eventos El Niño de 1983 y 1998, mas el gran evento La Niña 1999. Las estructuras de las OAC a diferentes latitudes, serán obtenidas a partir del modelo de Brink y Chapman (1987); este modelo se ha convertido en una herramienta estándar para el estudio de OAC en distintas regiones del mundo, incluyendo el Pacífico Sur-oriental (e.g. Brink, 1982b; Shaffer et al., 1997; Pizarro 1999, Hormazabal et al., 2002).

## 1.1. Formulación del problema

La profundidad de la piconclina en la parte oriental del Pacífico Ecuatorial experimenta grandes cambios asociados a las diferentes fases de los ciclos ENOS (Pizarro y Montecinos, 2004), durante El Niño la piconclina se profundiza varias decenas de metros, mientras que durante La Niña su influencia vertical decrece. En la figura 1.1, se observa la sección meridional de la frecuencia de Brunt-Väisälä  $N$  para los eventos El Niño 1998, La Niña 1999, mas un promedio climatológico (1958-2008). Allí se aprecian diferencias meridionales en la profundidad de la piconclina, la cual representa la variabilidad interanual de la estratificación en los primeros 300 m del océano costero frente a la costa oeste de Sudamérica.

La región de intensos gradientes de  $N^2$  está mayormente asociada a cambios abruptos de la temperatura; en la zona ecuatorial el ancho de la piconclina oscila entre  $\sim 300$  m en El Niño, hasta cerca de  $\sim 60$  m durante La Niña. Tal desigualdad podría vincularse a la existencia de diferentes composiciones modales de OKE (y posterior OAC). Lo cual sugiere que la onda se propague siguiendo una estructura vertical en relación a las distintas fases ENOS. Los datos graficados serán utilizados en el desarrollo de esta habilitación profesional (descritos en la sección 4).

Los cambios de la estratificación en la región este del Pacífico ecuatorial, modifican la estructura vertical de las OKE que llegan a la costa oeste de Sudamérica. Estas ondas pueden ser representadas mediante la descomposición en modos normales de oscilación, cuya estructura espacial depende solamente de la estratificación y la profundidad (ver anexo A), conformando una base ortogonal de funciones (e. g. Kundu et al., 1975). De acuerdo con la teoría lineal, cada modo vertical de la onda de Kelvin excitaría su correspondiente modo de onda atrapada a la costa (Clarke, 1983). Por lo cual, variaciones interanuales de las OKE, impactarían directamente sobre la amplitud relativa de los diferentes modos de las OAC. La estructura de las OAC también depende de la topografía de fondo, es decir de las características locales de la plataforma y talud continental. Que junto a la variabilidad interanual de la estratificación vinculada a los ciclos ENOS,



**Figura 1.1:** Perfiles meridionales de  $N^2$  a lo largo de la costa Sudamericana. Nótese que la termoclina ecuatorial se extiende a 300 m de profundidad en la fase cálida, mientras que se reduce a cerca de 60 m durante la fase fría.

modificarían ligeramente la estructura de los modos de las OAC, afectando además sus velocidades de propagación frente a las costas de Perú y Chile.

## 1.2. Hipótesis

Los grandes cambios que experimenta la profundidad de la picnoclina en la parte oriental del Pacífico Ecuatorial durante las diferentes fases de los ciclos ENOS, modifican la estructura vertical de las OKE que llegan a la costa oeste de Sudamérica impactando, a su vez, la amplitud relativa de los diferentes modos de las OAC y por ende la estructura temporal y espacial de las fluctuaciones intraestacionales de las corrientes y de la picnoclina frente a las costas de Perú y Chile.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Analizar la influencia de los ciclos ENOS sobre la estructura vertical de las OKE de escala intraestacional y su impacto en las características de las OAC al oeste de Sudamérica.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar la estructura espacial de las OAC en distintas latitudes frente a las costas de Perú y Chile, utilizando estratificación característica para la fase cálida y la fase fría de los ciclos ENOS.
- Contrastar el flujo de energía en la banda intraestacional asociado a las OKE durante eventos El Niño y La Niña, y como estos cambios se relacionan con el flujo de energía asociado a la propagación de OAC a lo largo de Perú y Chile.
- Evaluar el efecto de las OAC en la variabilidad intraestacional de la presión y corriente meridional a lo largo de la costa durante diferentes fases ENOS.

El trabajo está estructurado de la siguiente manera: Inicialmente se presenta el marco teórico, con una descripción completa de la teoría que circunscribe la dinámica de las OAC, desde su forzamiento remoto, hasta su propagación a lo largo de la costa. Más adelante, se detallan los métodos utilizados durante el desarrollo de la habilitación. Continuando con la exposición de los resultados y discusiones, finalizando con una síntesis de las conclusiones obtenidas.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1. Región de estudio

La costa oeste de Sudamérica se extiende desde  $7^{\circ}\text{N}$  a  $55^{\circ}\text{S}$ . Presenta una topografía dominada por procesos de subducción, asociados a la interacción de las placas tectónicas Nazca y Sudamericana. Ello trae como consecuencia, la existencia de una fosa oceánica extendida a lo largo del límite convergente de dichas placas, que a su vez se relaciona con la formación de la cordillera de los Andes (Capitanio et al., 2011). Este escenario, favorece la existencia de un abrupto descenso del fondo marino hacia fuera de la costa, con importantes variaciones en latitud, las cuales modifican el medio de propagación para ondas que viajan tanto a través del océano como la atmósfera (e.g. Gill, 2006).

El borde oceánico costero, se caracteriza por ser aproximadamente suavizado, presentando pocas irregularidades a lo largo de toda su extensión (salvo por algunas bahías y golfos), sin embargo, es irrumpida desde  $\sim 42^{\circ}\text{S}$ , por la zona de fiordos en la parte austral de Chile. En la figura 3.1 (Sección 4, Métodos) se puede apreciar la región de estudio.

La dinámica de la circulación de los bordes orientales, está constituida por múltiples procesos que involucran al viento como su principal forzante. En latitudes medias, las condiciones atmosféricas son principalmente controladas por sistemas de alta presión, que generan vientos favorables a la surgencia costera, que junto al rotor del viento, constituyen importantes contribuyentes a la dinámica de las corrientes asociadas al borde costero (Strub et al, 1998). Sin embargo, no tan sólo efectos locales influyen en su dinámica, ya que señales remotas son capaces de arribar a la costa de Sudamérica mediante la propagación de ondas libres de baja frecuencia (Smith, 1978).

### 2.2. El Niño-Oscilación del Sur

El Niño-Oscilación del Sur (ENOS) es una perturbación climática de escala global. Se desarrolla en el océano Pacífico y atmósfera ecuatoriales e influye sobre las condiciones

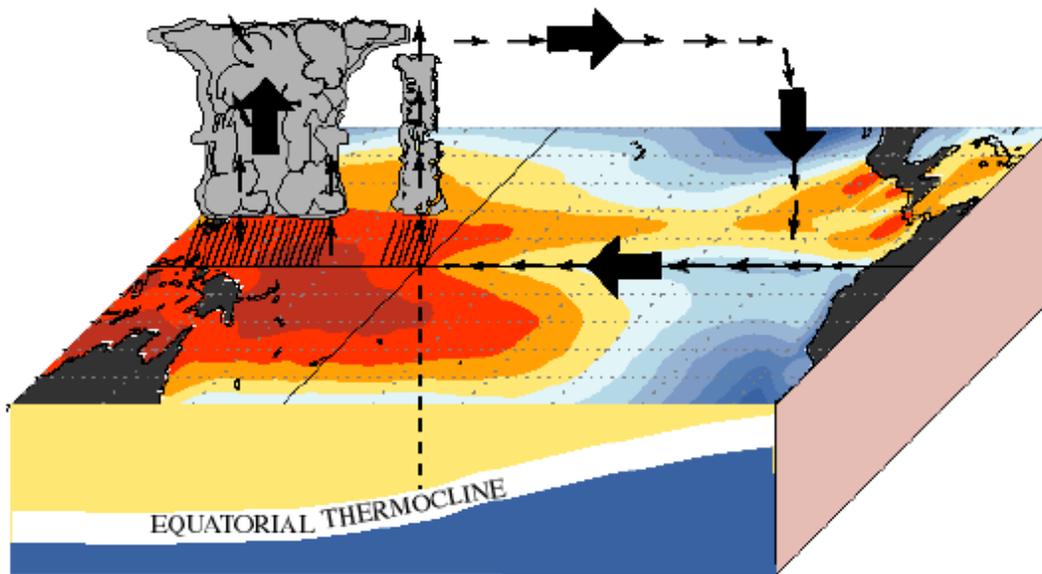
climáticas a escala planetaria. Presenta variabilidad temporal cuasi-periódica, con ciclos que oscilan entre 3 y 7 años aproximadamente. Su desarrollo se compone de fases cálidas y frías, conocidas como El Niño (EN) y La Niña (LN), respectivamente.

El patrón climático ENOS es uno de los fenómenos más importantes de interacción océano-atmósfera. Su dinámica se relaciona a los cambios de la presión atmosférica entre la región insular de Tahiti, ubicada en el océano Pacífico subtropical ( $150^{\circ}\text{W}$ ) y la estación Darwin, al norte de Australia ( $129^{\circ}\text{E}$ ). Un indicador de estas fluctuaciones es el índice de la oscilación del sur (IOS), que se define como la diferencia de las anomalías mensuales de la presión atmosférica entre los puntos señalados. Si el índice es positivo, significa que el estado medio de los centros de presión se intensifica, es decir, tanto la baja de indonesia, como la alta del Pacífico sur-oriental, incrementan su actividad. Cuando el índice IOS es negativo, los centros de presión se debilitan y existen campos de presión más homogéneos sobre el Pacífico sur. La variabilidad de la presión atmosférica, representa sólo una de las respuestas al escenario global forzado por las fases ENOS, por lo que otros índices (multivariados) también son usados para una descripción mas robusta.

Las distintas fases ENOS, se pueden describir siguiendo el mecanismo de retroalimentación de Bjerknes (Bjerknes, 1969), quien propuso la interconexión entre distintas variables oceánicas y atmosféricas que determinan la evolución de los eventos ENOS. En la figura 2.1, se observa el escenario ecuatorial de verano asociado a una fase cálida. El esquema presenta una circulación atmosférica gobernada por la celda de Walker, compuesta por flujos ascendentes de gran desarrollo vertical sobre la “poza cálida (Pacífico ecuatorial oeste) y un centro de baja presión debilitado sobre la “lengua de agua fría” (Pacífico ecuatorial este).

La respuesta oceánica, muestra que la temperatura superficial del mar (TSM) posee diferencias importantes (entre  $5^{\circ}$  y  $10^{\circ}\text{C}$ ) a lo largo del ecuador. En condiciones LN, el contraste de TSM aumenta, lo que favorece la intensificación de los vientos alisios del este y aumenta la surgencia ecuatorial. Esto permite el ascenso de masas de agua frías y ricas en nutrientes en el Pacífico oriental; mientras que en la región oeste, la surgencia elevará aguas cálidas y la TSM se mantendrá alta (sobre  $28^{\circ}\text{C}$ ). Una consecuencia de esta distribución será la formación de una termoclina más inclinada, que almacena gran cantidad de energía potencial en el océano tropical. En el momento que se desarrolla una fase cálida del ENOS, los vientos alisios se debilitarán (o invertirán su orientación), perturbando al océano y profundizando la termoclina del Pacífico oriental, a través de la propagación de las OKE, que liberarán la energía potencial acumulada en forma de energía cinética, esto afectará nuevamente la presión y permitirá evolucionar los siguientes procesos de retroalimentación. Una de las desventajas del ciclo de Bjerknes, es que no explica el cambio de fase entre los eventos EN y LN, mas bien se restringe a describir su intensificación o debilitamiento en un sólo sentido.

Una manera de comprender el cambio de fase, es mediante la teoría del oscilador



**Figura 2.1:** Compuesto de verano del sistema acoplado océano-atmósfera del Pacífico ecuatorial. La dinámica atmosférica es gobernada por la celda de Walker. En la componente oceánica, la región sombreada representa la temperatura superficial del mar, siendo mayor hacia el oeste (poza cálida) y más fría hacia la región oriental (lengua de agua fría). Esquema extraído del sitio web de la NOAA: [http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis\\_monitoring/ensocycle/meanrain.shtml](http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis_monitoring/ensocycle/meanrain.shtml)

rezagado (Schopf y Suarez, 1988). Esta teoría, atribuye a la estructura vertical de las ondas ecuatoriales (OKE y ondas de Rossby), su fase opuesta de propagación y la reflexión de estas ondas en el borde continental occidental del Pacífico ecuatorial, como el mecanismo responsable del paso de un evento a otro. En presencia de vientos predominantes del oeste, se fuerza surgencia ecuatorial, que disminuye unos pocos cm el nivel del mar en el ecuador y eleva la termoclina algunas decenas de metros. Esto excita ondas de Kelvin de surgencia en la franja interior del ecuador y ondas de Rossby de hundimiento justo entorno a ellas. La onda de Rossby viajará hacia el oeste ecuatorial, transmitiendo la profundización de la termoclina. Cuando el frente de onda arribe a la costa occidental, el conjunto de islas e islotes actuará como una pared vertical (para modos bajos) que hará reflejar la onda de Rossby de hundimiento como onda de Kelvin de hundimiento. Esta se propagará hacia el este, transmitiendo un cambio en las condiciones oceánicas y atmosféricas a lo largo del ecuador y regiones costeras.

El origen de los eventos ENOS y los gatillantes que fuerzan su cambio de fase en el tiempo, es un tema de constante discusión científica y no existen acuerdos generalizados. Las razones físicas de estos cambios varían en el espacio y entre los mismos eventos

ENOS. Estas podrían estar vinculadas a la actividad de ondas atmosféricas, extensión zonal del *fetch* del viento, sentido de los vientos alisios, tipos de OKE, características del medio de propagación, etc, por lo que no existe claridad acerca si la atmósfera fuerza al océano o viceversa.

## 2.3. Ondas ecuatoriales y su influencia frente a las costas de Sudamérica

La variabilidad de baja frecuencia ( $\omega < f$ ) observada en las costas de Sudamérica, está compuesta por un forzamiento local del viento y efectos remotos que integran el viento percibido a lo largo de la trayectoria de las ondas. Para comprender el mecanismo remoto de formación de ondas libres y como estas influyen en su propagación a lo largo de la costa, en esta sección se introducen conceptos básicos que describen algunos procesos que gobiernan la propagación de ondas en regiones ecuatoriales del océano Pacífico.

### 2.3.1. Oscilaciones atmosféricas de Madden-Julian

Las Oscilaciones de Madden-Julian (OMJ) son perturbaciones intraestacionales (30-60 días) de gran extensión en la atmósfera tropical. Poseen un patrón espacial de gran escala, que combina la circulación atmosférica zonal con los centros de convección profunda en la franja ecuatorial (Madden y Julian, 1972; Zhang, 2005). Su dinámica es muy poco conocida, por lo que su predictibilidad es un tema a resolver por modelos acoplados océano-atmósfera de escala planetaria. Se propagan hacia el este atrapada al ecuador (entre 20°N-20°S) y dado su rango de frecuencias predominante, se le atribuye el forzamiento de las ondas de Kelvin ecuatoriales del océano.

En condiciones típicas del ENOS (figura 2.1), el centro de convección profunda del Pacífico ecuatorial se sitúa aproximadamente a 150°E, su distribución espacial experimenta variaciones en sus distintas fases. Durante eventos fríos se desarrolla cercano al borde continental de occidente, mientras que en eventos cálidos migra zonalmente al interior del océano ecuatorial, cerca de 170°W. Los sucesivos desplazamientos de estos centros de convección (en otras palabras, la celda de circulación de Walker), favorecen condiciones de forzamiento de oscilaciones intraestacionales sobre un área específica del océano ecuatorial. Siendo capaz de debilitar los vientos alisios del este e incluso invertir su sentido.

La variabilidad espacial de los centros de presión, a través del régimen de anomalías convectivas, se propaga con mayor intensidad desde el océano Índico hacia el Pacífico occidental (esto porque no existe una cadena montañosa con características similares a la cordillera de los Andes que frene su paso). Cuando la señal de gran escala se transmite

favoreciendo anomalías negativas de convección (es decir, que la baja se fortalezca), el flujo convectivo ascendente se fortalece y se propaga hacia el este (5 m/s). De la misma manera, la región de anomalías positivas de convección (centro alta presión en superficie), experimenta un transporte zonal desde el océano Índico hacia el Pacífico occidental, a la misma velocidad de propagación. En estas condiciones, la fase negativa de la onda Madden-Julian, favorecerá la interacción océano-atmósfera que transmitirá las ondas atmosféricas hacia el océano a través del forzamiento de ondas de Kelvin de hundimiento, que profundizarán la termoclina hacia el este, elevando la TSM entre 2-5°, modulando así la dinámica costera en la banda intraestacional de frecuencia.

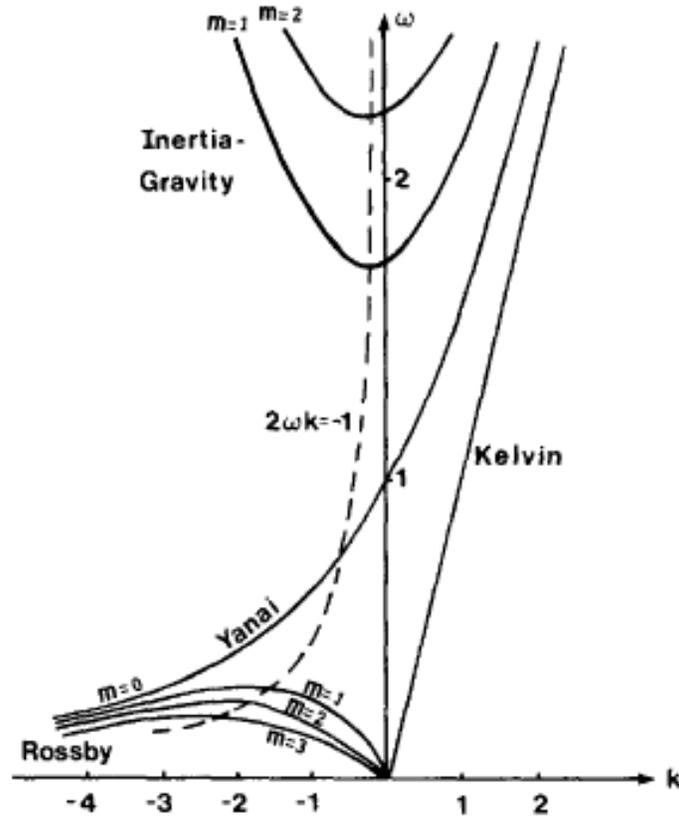
### 2.3.2. Oscilaciones oceánicas

Estas oscilaciones se caracterizan por estar atrapadas al ecuador debido a la forma esférica (cambio del parámetro de Coriolis) y rotación de la Tierra (forzamiento radiativo). Se propagan tanto longitudinal como meridionalmente y se caracterizan por decaer muy rápido al alejarse del cero ecuatorial. Ellas se representan esquemáticamente a través de su relación de dispersión, dada por:

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \beta k c^2 \omega^{-1} - (2n + 1)\beta c = 0 \quad (2.1)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia,  $k$  el número de onda zonal,  $c$  la velocidad de fase de la onda particular y  $\beta = \partial f / \partial y$ . Su representación gráfica se observa en la figura 2.2, extraída del trabajo de Clarke, 1983. En ella se observan: a) Ondas de Inercia-Gravedad (OIG), b) Ondas de Rossby planetarias, c) Ondas de gravedad (Yanai) o modo cero de Onda de Rossby y d) ondas de Kelvin ecuatoriales (OKE). Las ondas largas de Rossby y las OIG se propagan hacia el oeste; mientras que las ondas de Yanai y OKE lo hacen hacia el este, siendo esta última simétrica con respecto al ecuador, lo que permite su reflexión como onda de Rossby hacia el oeste.

Para estimar la cantidad de energía reflejada por un borde costero, Clarke (1983) propone el uso de coeficientes de reflexión. Estos permiten comparar el flujo de energía de una onda incidente *v/s* una reflejada. De acuerdo a sus resultados y siguiendo la figura 2.2, las ondas que se propagan hacia el este ecuatorial (Yanai y OKE), se reflejarán como ondas de Rossby u OIG en consistencia al rango de frecuencias incidente. Por otro lado, si las ondas incidentes no pertenecen al rango de frecuencias reflejados, estas se atraparán a la costa y se propagarán hacia los polos siguiendo los bordes continentales.



**Figura 2.2:** Relación de dispersión para ondas ecuatoriales oceánicas. El forzamiento de las OAC en la costa este ecuatorial es proporcional al flujo de energía incidente, entre las OIG y las ondas de Rossby planetarias. Imagen extraída del trabajo de Clarke (1983).

## 2.4. Ondas Atrapadas a la Costa

Las Ondas Atrapadas a la Costa (OAC) son oscilaciones híbridas de baja frecuencia ( $\omega < f$ ), que se propagan unidireccionalmente a lo largo de un borde costero. Varios autores han descrito efectos combinados de la topografía y estratificación sobre estas ondas (Allen, 1975). En el límite de fondo plano, ellas se comportan como ondas de Kelvin (Gill y Clarke, 1974), mientras que para un océano homogéneo y gradiente topográfico, se convierten en ondas de la plataforma continental (Gill y Schumann, 1974), que son ondas barotrópicas, cuyo mecanismo de restauración es la conservación de la vorticidad potencial. Las OAC existen en varias costas alrededor del mundo, viajando hacia el polo en bordes orientales, con máxima amplitud cerca de la costa (Schumann y Brink, 1990), asumiendo un rol importante en la variabilidad subinercial del océano

(Brink, 1991).

A continuación se hace una descripción de las ondas que forman este híbrido, comenzando con una breve introducción de las ecuaciones de movimiento.

### 2.4.1. Ecuaciones de movimiento

A partir de las ecuaciones de Navier-Stokes se describe la dinámica de fluidos geofísicos del océano y la atmósfera. Considerando la aproximación de Boussinesq, se tiene:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} + 2\vec{\Omega} \times \vec{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p - \frac{g\rho}{\rho_0} \hat{k} + \vec{F} \quad (2.2)$$

Donde,  $\vec{u} = (u, v, w)$  representa el campo de velocidad,  $p = p(x, y, z, t)$  la presión,  $\rho = \rho(x, y, z, t)$  la densidad, con  $\rho_0$  su valor promedio,  $g$  la aceleración de gravedad,  $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$  el término friccional y  $\Omega$  la tasa de rotación de la Tierra, relacionado al parámetro de Coriolis  $f = 2\Omega \sin(\theta)$  para una latitud  $\theta$ .

Del principio de conservación de la masa, la ecuación de continuidad se define como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho v = 0$$

y para un fluido incompresible:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

de la ecuación de la densidad y despreciando efectos difusivos moleculares y turbulentos (constante de difusividad  $\kappa = 0$ ), se tiene:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \kappa \frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = 0 \quad (2.4)$$

Finalmente, asumiendo un balance hidrostático y linealizando el término de aceleración en (2.2) y densidad en (2.4), el sistema se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + F_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + F_y \\ 0 &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{g\rho}{\rho_0} \\ \nabla \cdot \vec{u} &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Que componen el conjunto de ecuaciones a utilizar durante el estudio de las ondas atrapadas a la costa.

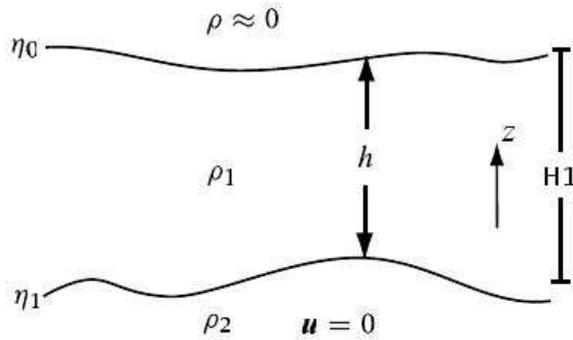
### 2.4.2. Ondas de Kelvin

La onda de Kelvin es una fluctuación de gran escala de significativa importancia en la dinámica del océano y atmósfera del planeta. El científico Lord Kelvin (Thompson, 1879), la definió como un tipo especial de onda de gravedad, afectada por la rotación y que se propaga atrapada al ecuador o a un borde vertical (como bordes costeros o cadenas montañosas). La existencia de esta onda, depende de la gravedad y estratificación estable, rotación y una pared vertical que permite su propagación. Viaja en una sola dirección, por lo que es una onda no dispersiva. Se dirige hacia los polos en bordes orientales y hacia el ecuador en los bordes occidentales del océano. Esto sugiere que en una cuenca gigante (o en un laboratorio), el giro que describa la onda sea ciclónico en el hemisferio norte y anticiclónico en el hemisferio sur. Su máxima amplitud se presenta justo en el borde costero (ecuador) y decae exponencialmente al alejarse de éste.

Existen dos tipos de ondas de Kelvin: las ondas barotrópicas, con una estructura vertical independiente de la profundidad (como las mareas) y las ondas baroclínicas, que presentan estructuras verticales sinusoidales, que describen la influencia de la onda en escalas verticales reducidas. Estas ondas baroclínicas también se conocen como ondas internas de Kelvin (OKI), que se propagan a través de todas las profundidades del océano y dependen de la estratificación del medio. La fuerza de restauración de estas ondas es la gravedad reducida, esto significa que es posible detectarlas en cercanías de la piconclina (región de intensos gradientes de densidad) o en el nivel del mar, ya que responde en fase opuesta a las perturbaciones baroclínicas del interior. Las OKI se propagan con una velocidad de fase mucho menor al caso barotrópico (1-3 v/s 200 m/s). Su influencia fuera de la costa está determinada por el radio de deformación de Rossby interno y es del orden de 50 km para latitudes medias (25°S).

Una forma de describir la propagación de una OKI costera es a través del modelo de gravedad reducida, el cual divide el océano en dos capas; una activa en la parte superior y otra inactiva en la parte inferior, cada región posee una densidad homogénea con repartición estable.

Consideremos una capa superior de densidad  $\rho_1$ , de profundidad  $h$ . Bajo ella, una capa inferior inactiva de densidad  $\rho_2$  con profundidad infinita, tal como muestra el esquema de gravedad reducida (Vallis, 2006) de la figura 2.3.  $\eta_0$  y  $\eta_1$  representan la superficie libre e la interface entre las capas respectivamente. Dado que los desplazamientos verticales del nivel del mar son pequeños en relación al interior de un océano estratificado, se utilizará la aproximación de capa rígida para describir fenómenos baroclínicos.



**Figura 2.3:** Esquema modelo de gravedad reducida. Imagen extraída del libro *Atmospheric and oceanic fluid dynamics* de Vallis, 2006.

Considerando un balance hidrostático en profundidad, la presión  $p_2$  en el nivel  $z$  de la capa inferior se puede escribir como:

$$p_2 = \rho_1 g (\eta_0 - \eta_1) + \rho_2 g (\eta_1 - z) + P \quad (2.6)$$

donde  $P$  es la fuerza de presión de la capa rígida (asociada a posibles variaciones baroclínicas, si existieran) sobre algún punto en la capa superficial.

Aplicando la suposición de capa inferior no perturbada (gradiente horizontal  $\nabla p_2 = 0$ ) sobre la expresión anterior (2.6) y asumiendo capa rígida ( $\eta_0 = 0$ ), se llega fácilmente a:

$$\nabla P = g'_1 \nabla \eta_1 \quad (2.7)$$

con  $g'_1$ , la gravedad reducida  $g'_1 = (\rho_1 - \rho_2)/\rho_1$ .

Expresando la interfase  $\eta_1$  como la suma entre el promedio de la capa superior  $H_1$  más la perturbación de la misma interfase  $\eta'_1$ , la expresión (2.7) se puede escribir como:

$$\frac{\nabla P}{\rho_1} = -g'_1 \nabla (H_1 + \eta'_1) = -g'_1 \nabla (\eta'_1) \quad (2.8)$$

Integrando la ecuación de continuidad para un fluido incompresible (2.3) entre  $\eta_1$  y  $\eta_0$ , se obtiene:

$$\int_{-H_1 + \eta'_1}^{\eta_0} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz = (\eta_0 + H_1 - \eta'_1) \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + w(\eta_0) - \underbrace{w(-H_1 + \eta'_1)}_{\partial \eta'_1 / \partial t} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \eta'_1}{\partial t} - H_1 \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

donde los términos no lineales fueron despreciados y  $\partial u / \partial x$  fue eliminado por la condición de onda de Kelvin ( $u \equiv 0$ ).

Luego, el sistema de ecuaciones gobernantes (2.5) para un caso sin fricción (y reconsiderando la condición de onda Kelvin para los balances en  $x$  e  $y$ ), el sistema se reduce a:

$$f_0 v = g'_1 \frac{\partial \eta'_1}{\partial x} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g'_1 \frac{\partial \eta'_1}{\partial y} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial \eta'_1}{\partial t} - H_1 \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

Por lo que para una OKI, existe un balance geostrofico hacia fuera de la costa entre el gradiente de presión (asociado a la inclinación del nivel del mar ó desplazamientos de las interfaces al interior del océano) y la rotación de la Tierra. En el eje  $y$ , se observa un balance de onda de gravedad sin rotación.

Para obtener posibles soluciones de la OKI, derivamos (2.12) con respecto a  $t$ , (2.13) con respecto a  $y$  y sumando, se obtiene la ecuación de la onda:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -g'_1 H_1 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (2.14)$$

cuya solución se puede expresar como:

$$v = F_1(y + ct, x) + F_2(y - ct, x) \quad (2.15)$$

que consiste en la superposición de dos ondas progresivas que viajan en sentido opuesto. Reemplazando (2.15) en (2.12) ó (2.13), se obtiene para  $\eta'_1$ :

$$\eta'_1 = \sqrt{\frac{H_1}{g'_1}} \left[ -F_1(y + ct, x) + F_2(y - ct, x) \right] \quad (2.16)$$

Luego, combinando (2.15) y (2.16) en (2.11) y utilizando el método de separación de variables, se obtienen expresiones para  $F_1$  y  $F_2$  tales que:

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} - \frac{f_0}{\sqrt{g'_1 H_1}} F_1 = 0, \quad \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{f_0}{\sqrt{g'_1 H_1}} F_2 = 0$$

que son ecuaciones diferenciales de primer orden, cuyas soluciones se pueden escribir como:

$$F_1 = F(y + ct, x) e^{x/R_i}, \quad F_2 = G(y - ct) e^{-x/R_i}$$

donde  $R_i = \sqrt{g'_1 H_1} / f_0$  es el radio interno de deformación de Rossby. Para  $F_1$  se observa si nos alejamos de la costa la solución crece exponencialmente, por lo que su aproximación

no sería realista. Luego la solución general de la OKI (considerando  $F_2$ ) en un sistema estratificado, se puede escribir como:

$$\begin{cases} v = G(y - ct)e^{-x/Ri} \\ u = 0 \\ \eta'_1 = \sqrt{H_1/g'_1}G(y - ct)e^{-x/Ri} \end{cases} \quad (2.17)$$

donde la amplitud de  $v$  y  $\eta'_1$  decaen exponencialmente hacia fuera de la costa.

Al reemplazar una solución sinusoidal ( $\sim e^{ly-\omega t}$ ) para  $v$  y  $\eta'_1$  en la ecuación de la onda (2.14), es posible obtener la relación de dispersión:

$$\omega = (g'_1 H_1)l \quad (2.18)$$

donde  $l$  es el número de onda asociado al eje paralelo a la costa. Además se define:

$$c = \sqrt{g'_1 H_1} \quad (2.19)$$

lo que muestra que la onda de Kelvin no se dispersa a lo largo de su trayectoria ( $c = \partial\omega/\partial k$ ) dado el efecto de atrapamiento costero de la rotación, que favorece su propagación unidireccional. Para un océano de  $n$  capas, la expresión (2.19) se puede generalizar como:

$$c_n = \sqrt{g'_n H_e n} \quad (2.20)$$

que representa un sistema estratificado para una altura equivalente  $H_{en}$ , donde los subíndices  $n$  indican los parámetros asociado a la  $n$ -ésima capa en particular.

### 2.4.3. Ondas de la Plataforma Continental

De acuerdo a Gill y Schumann, 1974 (GS-74), el paso de sistemas frontales sobre el océano es capaz de generar ondas de gran escala en el océano costero, conocidas como Ondas de la Plataforma Continental (OPC). Su forzamiento se atribuye a la acción del estrés del viento en superficie, lo que induce cambios en las corrientes y el nivel del mar. Su existencia ha sido demostrada mediante pruebas de laboratorio (Caldwell et al., 1972) y diversas observaciones (LeBlond, 1978). Estas ondas son importantes en procesos como la surgencia costera, remolinos de mesoescala, e influyen en la respuesta barotrópica del nivel del mar (Evidencias teóricas y empíricas resumidas por Mysak, 1980).

De acuerdo al trabajo de GS-74, las OPC pueden describirse a través del modelo de aguas someras, el cual considera un océano homogéneo en densidad. Si consideramos el

efecto de fricción del viento  $(F_x, F_y)$  en un sistema coordenado  $(x, y)$ , el problema (2.5) se reduce a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + F_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + F_y \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(uH)}{\partial x} + \frac{\partial(vH)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde  $\eta$  es el nivel del mar respecto a un valor promedio y  $H$  la profundidad del fondo. El eje  $y$  está orientado a lo largo de la costa y el eje  $x$  perpendicular a ella, siendo además positivo hacia fuera de la costa. Se supone una línea de costa recta y topografía  $H = H(x)$ , densidad constante  $\rho_0$  y una escala espacial en la dirección  $y$  mucho mayor al ancho del margen continental  $L$ .

En la primera ecuación del sistema (2.21), el término  $\partial u/\partial t$  se desprecia por la aproximación de onda larga, es decir,  $lL \ll w/f \ll 1$ , donde  $l$  es el número de onda en la dirección  $y$ , asociado a la longitud de onda  $\lambda_y = 2\pi/l$ .

Si se desprecia la divergencia horizontal<sup>1</sup>, como lo propone Buschwald y Adams en 1968 (BA-68), el término  $\partial \eta/\partial t$  en (2.21) es cero y es posible emplear una función de corriente  $\Psi$ , tal que:

$$Hv = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad Hu = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (2.22)$$

Derivando las dos primeras ecuaciones de (2.21) en forma cruzada y despreciando los términos friccionales, se obtiene una ecuación de vorticidad para modos no forzados:

$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) - \frac{f}{H^2} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (2.23)$$

Para resolver esta ecuación,  $\Psi$  puede ser representado mediante separación de variables, en la forma:

$$\Psi(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(y, t) F_n(x), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.24)$$

que consiste en una suma infinita de  $n$  composiciones modales sobre la onda libre.

Reemplazando (2.24) en (2.23) y escribiendo  $1/c_n = \partial t/\partial y = \frac{\partial \Phi_n/\partial y}{\partial \Phi_n/\partial t}$ , se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{H} \frac{\partial F_n}{\partial x} \right] + \left( \frac{f}{c_n H^2} \frac{\partial H}{\partial x} \right) F_n = 0 \quad (2.25)$$

<sup>1</sup>Si bien cuando se estudia una onda libre en estado estacionario, la divergencia horizontal puede ser despreciada, ella constituye un elemento fundamental en la excitación de la OPC, ya que inicia los flujos transversales a la costa durante un tiempo transiente o “spin-up” (GS-74).

$$\frac{1}{c_n} \frac{\partial \Phi_n}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_n}{\partial y} = 0. \quad (2.26)$$

donde (2.25) corresponde a un problema de Sturm-Liouville con valores propios  $c_n$  y (2.26) es la ecuación de la onda de primer orden. De la expresión (2.25) se observa que si  $H$  decrece monótonicamente en  $x$  (es decir,  $\partial H/\partial x$  es positivo con el aumento de  $H$ , en la dirección  $+x$ ) y  $f$  es positivo, entonces  $c_n$  será positivo, lo que significa que las OPC viajarán con la costa a la derecha en el hemisferio norte (dado que  $f < 0$  en el hemisferio sur, la onda viajará con la costa a la izquierda).

Para entender el significado físico de  $c_n$ , la condición inicial para la onda  $\Phi = \Phi_0(y)$  se puede escribir como:

$$\Phi(y, t) = \Phi_0(y - ct, 0) \quad (2.27)$$

Lo que muestra que  $c_n$  es la velocidad de fase a lo largo de la costa para cada modo de oscilación. Luego las OPC propagan su energía en forma no dispersiva en el rango de bajas frecuencias  $\omega \ll f$ , propagándose unidireccionalmente hacia el polo en bordes orientales y hacia el ecuador en bordes occidentales del océano.

El problema (2.25) está sujeto a las condiciones de borde:

$$F_n = 0, \quad x = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial F_n}{\partial x} = 0, \quad x = L \quad (2.29)$$

donde (2.28) implica que  $\Psi = 0$  en (2.24), es decir, no hay flujos normales a la costa. La condición (2.29) es equivalente a  $\partial \Psi/\partial x = 0$ , lo cual indica que el flujo  $v$  a lo largo de la costa tiende a una constante fuera del margen continental de ancho  $L$ .

En el desarrollo de la ecuación (2.25), la topografía puede ser definida de múltiples maneras, ya sea mediante un gradiente uniforme (Reid, 1958), o bien considerando un decaimiento exponencial, tal como propusieron BA-68:

$$H(x) = H_0 e^{-2bx} \quad (2.30)$$

donde  $b$  es un parámetro topográfico, y a diferencia del resultado para un gradiente uniforme, el perfil exponencial aumenta el espectro de frecuencias para las soluciones en cada modo de las OPC.

Resolviendo el problema (2.25), sujeto a las condiciones de borde (2.28) y (2.29) para una topografía dada por (2.30), se obtiene  $F_n(x)$  sobre el margen continental (BA-68):

$$F_n(x) = A_n e^{b(x-1)} \text{sen}(\beta_n x) \quad (2.31)$$

donde cada modo se comporta siguiendo un decaimiento exponencial, modulado por una función sinusoidal, con  $l$  el n° de onda hacia fuera de la costa y  $A_n$  la amplitud del modo horizontal respectivo.

Para obtener la relación de dispersión, basta definir la expresión  $\phi_n(y, t) = e^{i(Ly - \omega t)}$ , reemplazarla en (2.24) y desarrollar la ecuación de vorticidad (2.23) considerando (2.30) y (2.31), lo que entrega:

$$\omega = \frac{-2fb}{l^2 + \beta_n^2 + b^2} \quad (2.32)$$

Se observa que, si  $l \rightarrow 0$ ,  $\omega$  tenderá a ser aproximadamente lineal y la onda se comportará prácticamente como no dispersiva. Luego derivando la relación anterior, su velocidad de fase  $c$  y de grupo  $c_g$  para nuestro rango de interés, quedan definidas por:

$$\frac{\omega}{l} = c = c_g = \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{-2fb}{\beta_n^2(0) + b^2} \quad (2.33)$$

Hasta aquí ha sido resuelto el problema para OPC libres. Para desarrollar el problema forzado de la OPC, se debe introducir el término friccional en el sistema (2.21), luego derivar (siguiendo el procedimiento anterior) la ecuación de vorticidad respectiva, donde el estrés del viento se puede definir como la suma de señales periódicas que afectan un dominio costero. La ecuación de la onda quedaría:

$$\frac{1}{c_n} \frac{\partial \Phi_n}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_n}{\partial y} = -b_n \frac{\tau^y}{\rho_0 f} \quad (2.34)$$

con,

$$b_n = \int_0^L \frac{\partial H}{\partial x} H^{-2} F_n dx$$

donde (2.34) se puede resolver mediante el método de integración a lo largo del característico descrito por Gill y Schumann (1974). Los valores  $b_n$  se denominan coeficientes de acoplamiento con el viento y explican como la estructura de cada modo es afectada por el forzamiento superficial.

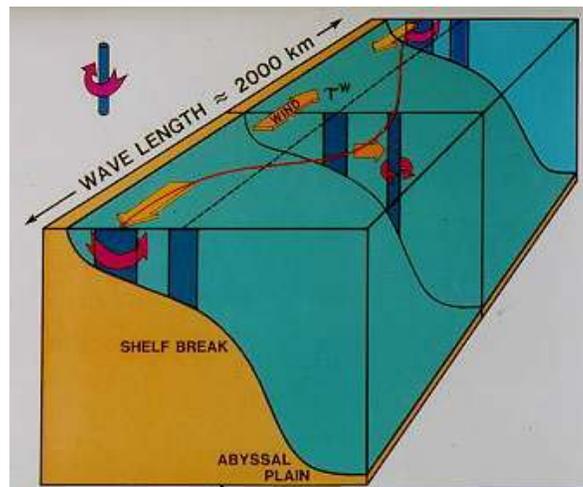
Sintetizando la interpretación, asociado al paso de ciclones y anticiclones por regiones costeras, existen vientos a lo largo de la costa que transmiten energía cinética a las primeras capas del océano ( $\sim 50$ ). En condiciones de surgencia, ellos fuerzan un transporte de Ekman hacia fuera de la costa generando una ligera divergencia horizontal en superficie. Esta, por continuidad fuerza un flujo compensatorio  $u$  hacia la costa en toda la columna de agua (alejado de capas friccionales). En condiciones opuestas del viento el transporte superficial convergerá hacia la costa, originando un flujo interior en sentido opuesto.

La dinámica de las OPC está asociada a la conservación de la vorticidad potencial para un modelo de aguas someras. Este se puede escribir como:

$$\frac{D}{Dt} \left( \frac{\zeta + f}{H} \right) = 0 \quad (2.35)$$

donde  $\zeta$  es la vorticidad relativa,  $f$  la vorticidad planetaria y  $H$  la profundidad del fondo. De esta ecuación se desprende que la vorticidad potencial es conservada ( $\text{cte} = (\zeta + f)/H$ ) a lo largo del movimiento de una parcela de fluido.

Imaginando que existe una línea material de fluido, situada en una posición de equilibrio justo en la zona de quiebre de la plataforma continental (paralela a la costa), sobre un borde oceánico occidental del hemisferio sur, tal como muestra la figura 2.4. Si el viento es favorable a la surgencia (viento del norte en el caso mostrado), el tubo de vórtice se desplazará hacia la costa y dado que  $f$  es negativo, sentirá una vorticidad relativa positiva (anticiclónica). Por otro lado, si las condiciones del viento son opuestas, el tubo de vórtice migrará hacia fuera de la costa adquiriendo una vorticidad relativa negativa (ciclónica). Es así como surgen las OPC, constituidas por sucesivos giros ciclónicos y anticiclónicos que se propagan hacia el ecuador, con la costa a la izquierda (derecha) en el hemisferio sur (norte).



**Figura 2.4:** Efecto variable del estrés del viento sobre un océano costero occidental en el hemisferio sur. Imagen extraída del libro *An Introduction to Physical Oceanography* de Tomczak.

# Capítulo 3

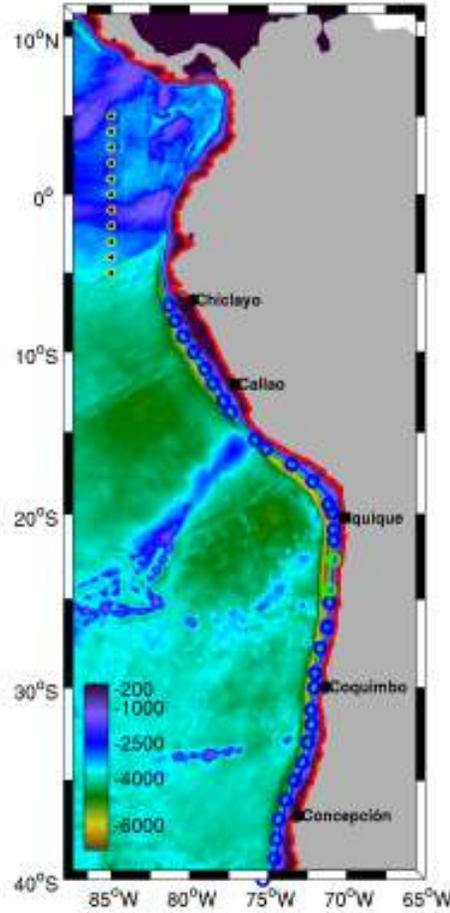
## Metodología

### 3.1. Modelación Sistema de Circulación Humboldt (1958-2008)

El presente estudio está basado en una Simulación del Sistema de Circulación Humboldt (SSCH) desarrollada por Dewitte et al. (2012). Esta fue obtenida a través del modelo oceánico ROMS (Regional Ocean Model System), que reproduce la circulación media y variabilidad interanual del océano Pacífico sur-oriental. El dominio simulado se extiende desde  $12^{\circ}N$  hasta  $40^{\circ}S$  y desde  $95^{\circ}W$  hasta la costa oeste de Sudamérica, tal como muestra la figura 3.1. Posee una resolución de  $1/12^{\circ}$ , con salidas promediadas cada 5 días, entre enero de 1958 hasta diciembre de 2008. Las condiciones de borde abiertas, fueron obtenidas del proyecto reanálisis SODA Versión 2.1.6. Sus resultados fueron validados parcialmente a través de datos satelitales e *insitu* frente a las costas de Perú (ver sección 4 de publicación Dewitte et al., 2012). En la imagen, los círculos azules (verdes) indican las latitudes consideradas (no consideradas) en los análisis; mientras que los puntos negros indican la longitud ecuatorial elegida para un análisis comparativo.

De acuerdo a Dewitte, la SSCH es capaz de representar procesos asociados a la surgencia costera, variabilidad intraestacional remota (OKE), variabilidad interanual (ENOS) e incluso interdecadal. Además logró detectar el paso de las OAC frente a Perú a través de los desplazamientos verticales de la termoclina. Esto permite inferir, que sus resultados sean capaces de proyectar adecuadamente la variabilidad de esta simulación en los modos de OAC, obtenidos del modelo de Brink y Chapman (ver sección 3.2). Sin embargo hay que tener presente algunos aspectos; la variabilidad intraestacional de los vientos no necesariamente fue bien representada de acuerdo al método de reducción utilizado sobre los forzantes, por lo que la estructura espacial de la densidad en las costas, no necesariamente capturó la banda intraestacional, lo que podría ser importante en ciertas regiones de la costa donde se ha reportado variabilidad de forzamiento local de las OAC. Por otro lado, esta simulación presenta sobrestimaciones en la estimación de las OKE durante El Niño Modoki (centro convectivo sobre el Pacífico central) y subestimaciones en El Niño canónico (centro convectivo sobre el Pacífico este) frente a las costas de Perú, sin embargo esto no afecta nuestro estudio, que constituye un análisis

de compuestos climatológicos para 50 años.



**Figura 3.1:** Región de estudio del océano Pacífico sur-oriental. Los puntos azules representan las regiones simuladas exitosamente, mientras que los puntos verdes fueron retirados del análisis. Las marcas amarillas indican la sección ecuatorial estudiada.

Los campos extraídos de esta simulación son la topografía, salinidad (en PSU) y temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ ) (que permite estimar la frecuencia de Brunt-Väisälä  $N^2$  y densidad  $\rho$ ), velocidad meridional en la costa (en m/s) y velocidad zonal en el ecuador (en m/s). Los campos de presión (en  $Pa$ ) fueron estimado para cada profundidad  $z_i$  sobre el dominio costero. Para esto se utilizó la ecuación hidrostática, tal que:

$$p(z_i) = \int_{z_i}^0 \rho_A g dz - \bar{p}(z_i) \quad (3.1)$$

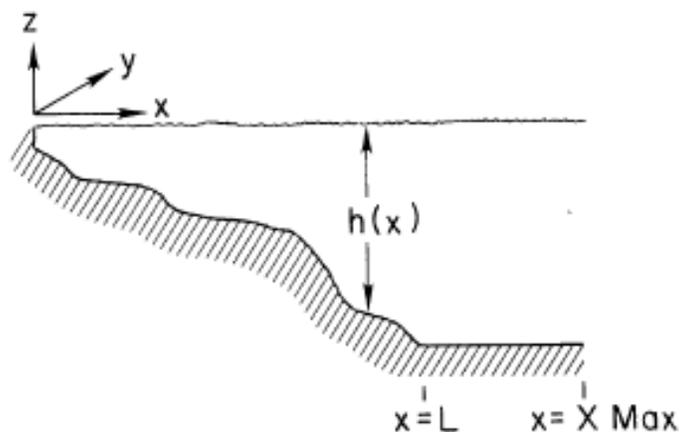
donde  $\rho_A = \rho - \bar{\rho}(t)$ , y  $\bar{p}(z)$  es la componente barotrópica de la presión para una capa de grosor variable del océano.

En cálculos posteriores, las secciones transversales de la presión y velocidad fueron suavizados espacialmente a través de una ventana móvil de  $5 \times 5$  pesos. Con el fin de extraer la variabilidad intraestacional, se empleó un filtro pasabanda coseno-Lanczos con amplitud media en 15 y 90 días.

## 3.2. Modelo numérico de OAC de Brink y Chapman

Los resultados de la SSCH son utilizados para proyectar la variabilidad intraestacional en la costa, sobre la estructura espacial de las OAC. El método utilizado, lo constituye el procedimiento descrito por el modelo de OAC de Brink y Chapman (Brink, 1982 a,b; Chapman, 1983). Ellos han desarrollado algoritmos que estiman propiedades de las OAC sobre el margen continental y permiten resolver problemas asociados a la dinámica costera bajo cambios locales de estratificación y topografía.

Su modelo supone problemas lineales, sin flujo medio, fluido no viscoso, gradiente de fondo hacia fuera de la costa y estratificación estable representada por la frecuencia de Brunt-Väisälä, tal que  $N^2 \neq 0$ . Su aplicación permite modificar los valores de entrada asociados a zonas costeras particulares (cierta latitud). Calcula soluciones tanto para ondas libres, como forzadas por el viento a través de iteraciones de resonancia (Brink y Chapman, 1987). Sus resultados son útiles en el rango de frecuencias sub-inerciales  $\omega < f$ , siendo mayormente eficientes para ondas largas. El problema sigue la geometría de la figura 3.2, con  $h$  la profundidad del fondo, que aumenta hacia fuera de la costa ( $+x$ ) y  $L$  el ancho del margen continental.



**Figura 3.2:** Definición sistema coordenado utilizado en el modelo de OAC. Imagen extraída del reporte técnico de Brink y Chapman (1987).

Las ecuaciones gobernantes utilizadas equivalen al sistema (A.3)–(A.7) enunciado en el capítulo anterior, pero sin forzamiento, más condiciones de borde para una onda

híbrida. Si consideramos el caso de onda libre, se llega a:

$$0 = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{2f\beta}{(f^2 - \varepsilon\omega^2)} \frac{\partial p}{\partial x} - p \left[ \varepsilon l^2 + \frac{l\beta}{\omega} - \frac{2f^2\beta l}{\omega(f^2 - \varepsilon\omega^2)} \right] + (f^2 - \varepsilon\omega^2) \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{N^2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (3.2)$$

Utilizando la aproximación de onda larga (parámetro  $\varepsilon = 0$ ) y de *Boussinesq* para un fluido incompresible (variaciones pequeñas en densidad) sobre un plano  $f$  y considerando que las soluciones varían de forma sinusoidal  $\sim \exp[i(\omega t + ly)]$ , el sistema se reduce a:

$$0 = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + f^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{N^2} \frac{\partial p}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

Sujeto a las condiciones de borde:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (\text{capa rígida}) \quad (3.4)$$

$$w + \frac{\partial h}{\partial x} u = 0, \quad z = -h(x) \quad (\text{topografía}) \quad (3.5)$$

$$u = 0, \quad x = 0 \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad x = L \quad (3.7)$$

Donde (3.7) fue obtenida por Brink (1982b). Ella muestra que la presión tiende a una constante cuando  $x \rightarrow \infty$  y requiere un fondo plano para su aplicación.

El conjunto de rutinas que compone el modelo, están escritas en lenguaje de programación Fortran 77. Para su ejecución se requiere introducir los parámetros de entrada ( $h(x)$  y  $N^2$ ) para una latitud a la vez, siguiendo el formato de ingreso propuesto por los autores. Una vez operando, el modelo converge a una frecuencia resonante (definida cuando la integral  $I_p = \int_0^\infty \int_{-h}^0 p^2 dz dx$ , sea máxima), a partir de la cual (siguiendo decaimientos hacia fuera de la costa de acuerdo a parámetros definidos) se obtendrán los modos de la presión  $F(x, z)$  y posteriormente de la velocidad meridional. Estos deben ser verificados visualmente y encontrar la estructura correcta para cada modo de oscilación.

### 3.3. Simulación de las OAC

El modelo de Brink y Chapman (M-BC), fue aplicado para 34 latitudes entre 7°y 40°a lo largo de Sudamérica para eventos representativos de una fase cálida y una fase fría del ENOS. En dos rangos de latitudes (23°y 24°S), se obtuvieron estructuras de la presión espurias, que fueron removidas del análisis (círculos verdes de la figura 3.1). Para evaluar las características interanuales de las OAC, se consideró un criterio en relación a la amplitud de los eventos ENOS. Por lo que, como fase representativa de los eventos cálidos se utilizó El Niño 1998 y como fase fría, La Niña 1999.

Los datos de la SSCH, presentan una resolución superior a la que requiere el M-BC para su funcionamiento, por lo que antes de ejecutarlo se debe reducir la información de acuerdo al sistema de entrada del modelo. Para hacer una buena representación del dominio costero de interés, se extraen 50 puntos de grilla transversales a la costa (entre  $x : [0-L]$ ) y 100 niveles verticales (entre  $z : [0-h(x)]$ ) que poseen una resolución vertical de acuerdo a la distancia de la costa.

Las secciones transversales que representan el paso de las OAC, fueron escogidas siguiendo la proporción 1:1 entre el ancho del margen continental (talud y plataforma) y el resto del océano (fondo plano hasta cumplir la proporción). Para esto se extrajo la batimetría entre 7°y 40°S, desde el punto oceánico mas cercano a la costa, hasta aproximadamente dos veces el ancho del margen continental (en promedio  $2L \sim 250$  km). Los perfiles de topografía fueron transformados de acuerdo a los requerimientos del modelo, es decir, estos poseen la condición de monotónicos (siempre con pendiente negativa) hasta una profundidad de 4000 m, a partir de la cual continúa una profundidad constante. Estos perfiles además fueron suavizados, para evitar problemas numéricos en la estimación de los modos. La consideración de esta batimetría, no permite que el modelo sea capaz de describir estructuras de OAC en torno a islas o montes submarinos, ni tampoco en cercanías de la fosa oceánica.

Para el cálculo de los modos de OAC, se usaron perfiles de  $N^2$  representativos para periodos cálidos y fríos del ENOS. Por lo que a partir de la SSCH, fueron calculados perfiles de densidad (y luego  $N^2$ ) para toda la grilla costera. El total de perfiles obtenidos, fueron reducidos a un sólo vector de  $N^2$  para cada latitud, por lo que en este procedimiento asume una condición de estratificación horizontal constante para 100 niveles verticales en profundidad.

Para reducir los perfiles, primero se escoge un espacio temporal representativo de gran actividad interanual. Para esto, se eligen los meses de febrero durante la fase cálida del ENOS 1998 y la fase fría de 1999. Los registros pentadales (cada 5 días) de la SSCH, fueron promediados para los 5 tiempos de este mes. Posterior a esto, para reducir la información en cada franja latitudinal, se extrajo la mediana espacial en cada nivel de profundidad, entre aquellos perfiles disponibles entre 1000 y 4000 m, que abarcan el rango espacial costero, con mayor información nítida de OAC. La mediana es un estadístico adecuado (resistente) en la reducción de los perfiles de Brunt-Väisälä, ya que no suaviza en exceso las características típicas de la pycnoclina asociada a cada fase interanual.

Finalmente, se introducen los coeficientes de resistencia del fondo  $r$  en el modelo. Estos se definieron como valores contantes de acuerdo a las recomendación de los autores, es decir  $r = 0,05$ , y se utilizan para calcular los coeficientes de arrastre respectivos para la topografía de entrada.

### 3.4. Salidas de la simulación

Una vez compilado el modelo de OAC, se extraen los siguientes resultados:

- Frecuencia de resonancia para cada modo de oscilación. Esta se obtiene iterando una expresión para la presión, tal que sea máxima y permita aproximar la solución del problema.
- Velocidad de fase para cada modo  $c_n$ .
- Número de onda meridional  $l$  (constante).
- Coeficientes de arrastre de fondo  $A_n$  (definidos por Brink y Allen, 1978).
- Coeficientes de acoplamiento con el viento  $b_n$ .
- Estructuras espaciales (o funciones propias) para la presión ( $F_n$ ) y la componente meridional de la velocidad ( $F_n^v$ ).

Para visualizar las características de las ondas, se calculó el parámetro de estratificación o de Burger  $B$ , definido por Brink (1991) como:

$$B = \left( \frac{NH}{fL} \right)^2 = \frac{R_1^2}{L^2} \quad (3.8)$$

Donde  $R_1$  es el radio de deformación interno de Rossby para el primer modo baroclínico (asociado a su respectiva velocidad de fase). Este parámetro es una cantidad adimensional y expresa la importancia relativa de la estratificación sobre la topografía para una OAC. Si  $B \gg 1$  las ondas serán mayormente baroclínicas, asemejándose a las características de las OKI, mientras que si  $B \ll 1$  las ondas se comportarán más similares a las OPC, donde el gradiente de fondo actúa como principal fuerza restauradora.

### 3.5. Proyección temporal de las OAC y reconstrucción de los campos de presión y velocidad meridional

De acuerdo con la teoría lineal de las OAC, las perturbaciones de presión  $p(x, y, t)$  pueden expresarse como (e.g. Brink 1982a):

$$p(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} F_n(x, z) \phi_n(t) \quad (3.9)$$

luego si multiplicamos a ambos lados por  $F_m(x, z)$ ,

$$p(x, z, t) F_m(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(t) F_n(x, z) F_m(x, z) \quad (3.10)$$

Dado que las funciones  $F_n$  y  $F_m$  son ortogonales entre sí, estas cumplen la condición de normalización propuesta por Brink (1989), y para cada modo se cumple que:

$$D_n = 1 = \frac{1}{f} \left( \int_{-h}^0 F_n F_m dz|_{x=0} + \int_0^\infty \frac{\partial h}{\partial x} F_n F_m dx|_{z=-h} \right) \quad (3.11)$$

donde  $D_n$  es definida por Brink como una constante igual a 1 (con unidades 1/s). El término  $\partial h/\partial x$  representa un factor de peso que permite obtener una correcta normalización. Esta expresión debe ser utilizada para respetar el principio de conservación de la energía a medida que la onda se propaga por diferentes latitudes. Esta se cumple en condiciones de cambios lentos del medio de propagación de la onda.

Integrando (3.10) siguiendo la expresión (3.11), para cada modo  $n$  en una latitud  $y$ , se obtiene:

$$\phi_n(t) = \frac{1}{f} \left( \int_{-h}^0 p F_m dz|_{x=0} + \int_0^\infty \frac{\partial h}{\partial x} p F_m dx|_{z=-h} \right) \quad (3.12)$$

que permite estimar las proyecciones temporales para los 4 primeros modos a lo largo de la costa. Estos cálculos consideran un espaciamiento de integración entre 3-8 km en el eje zonal  $x$  y 0.5-3.5 m en el eje vertical  $z$ , lo que varía de acuerdo al ancho del margen continental particular y la profundidad del punto de grilla mas costero.

Para reconstruir el campo de presión fue utilizada la expresión (3.9). En el caso de la velocidad meridional, se utilizó la misma proyección, ya que la estructura vertical de la presión sigue el mismo patrón que la velocidad, luego se obtiene:

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} F_n^v(x, z) \phi_n(t), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.13)$$

La componente zonal de la velocidad no fue reconstruida por la poca confiabilidad de su estructura modal. Esta requiere de una descripción mucho más detallada de los vientos (muchos mas modos), para obtener una correcta representación de los fenómenos asociados a la surgencia.

### 3.6. Proyección en modos de ondas de Kelvin ecuatoriales

Similar al caso costero, las perturbaciones intraestacionales de la presión entorno al ecuador, fueron proyectadas en modos de OKE. Para estimar sus estructuras verticales, se calculó el perfil de  $N^2$  en el ecuador a 85°W y se resolvió el problema de valores propios (ver anexo A). Esto permitió estimar las velocidades de fase (valor propio) y estructuras verticales (vector propio) para los 4 primeros modos de oscilación (mostrados

en la figura A.1). Su extensión meridional está dada por el radio de deformación de Rossby ecuatorial para el primer modo baroclínico:

$$R_1^e = \sqrt{\frac{c_1}{2\beta}} \approx 550km \quad (3.14)$$

donde  $c_1$  es la velocidad de fase del primer modo baroclínico. De acuerdo a este resultado, la estructura transversal de los modos de OKE se estimó en un rango  $\pm 600$  km desde el ecuador, región un poco mayor a  $R_1^e$ , describiendo hasta  $1/e$  de la amplitud máxima de la onda.

Multiplicando los modos normales por un factor de decaimiento exponencial, se obtiene la estructura ecuatorial de la OKE para 50 puntos a  $85^\circ W$ . Luego, para el caso ecuatorial se tiene:

$$F_n^e(y, z) = \frac{\Psi_n^e(z)e^{-y^2/R_n^2}}{\Psi_n^e(0)} \quad (3.15)$$

donde  $\Psi_n^e(z)$  es la función propia para cada modo  $n$  y  $\Psi_n^e(0)$  un factor de normalización (equivalente al valor de cada modo en superficie).

Análogamente al caso costero, para estimar la proyección ecuatorial se utiliza la expresión (3.9), y se obtiene:

$$\phi_n^e(t) = \frac{\int_{-R_1-h}^{+R_1} \int_0^0 p_e F_n^e dz dy}{\int_{-R_1-h}^{+R_1} \int_0^0 (F_n^e)^2 dz dy} \quad (3.16)$$

donde  $\phi_n^e(t)$  es la proyección ecuatorial de la OKE para cada modo de oscilación.

La reconstrucción del campo de presión, es obtenida de la expresión (3.9) para los modos y proyección ecuatoriales, mientras que la componente zonal de la velocidad se deriva del balance ecuatorial para una OKE (e.g. Clarke, 2008):

$$u_e = \frac{p_e}{\rho_0 c_n} \quad (3.17)$$

donde  $\rho_0 = 1025 \text{ kg/m}^3$  y  $c_n$  es la velocidad de fase asociada a cada modo en las simulaciones EN 1998 y LN 1999.

### 3.7. Estimación del flujo de energía de las OAC

El procedimiento para derivar la ecuación del flujo de energía de las OAC es descrito por Brink (1989). Su estimación considera contribuciones de energía cinética y potencial, asociadas a cambios en densidad y desplazamientos de la superficie libre. Usando

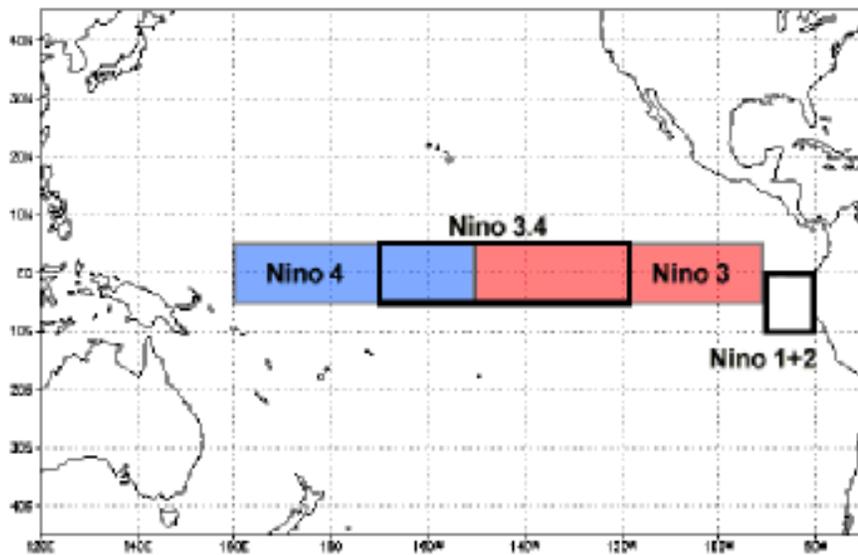
este método, es posible obtener estimaciones realistas siempre y cuando, se cumplan condiciones de cambios suaves de estratificación y topografía del medio (no considera *scattering* ni radiación de ondas de Rossby hacia fuera de la costa). Por lo que en ausencia de forzamiento y disipación, el flujo de energía de las OAC estará dado por:

$$\mathcal{F} = \int_0^{\infty} \int_{-h}^0 v p dx dz \quad (3.18)$$

que simboliza la contribución energética por unidad de tiempo (*Watts*). Los campos de  $v$  y  $p$  son obtenidos de las reconstrucciones asociadas a cada modo de oscilación. Para el caso ecuatorial  $v$  es reemplazado por  $u$  y la contribución total del flujo de energía es calculado sumando los  $n$  efectos modales.

### 3.8. Confección compuestos El Niño, La Niña y El Niño Extraordinario

Para describir diferencias entre fases ENOS, se generaron compuestos anuales representativos de eventos EN, LN y ENE. Su cálculo fue realizado promediando para cada día del año (resolución temporal de 71 días por año), los valores de flujo energético para todos los eventos entre 1958-2008. Estos fueron previamente clasificados según un índice ENOS (basado en la TSM de la región 3-4 del Pacífico ecuatorial, entre 170-120°W y 5°S-5°N). En la figura 3.3 se observa la región asociada al índice ENOS.



**Figura 3.3:** Definición de regiones El Niño 1+2, 3, 4 y 3-4 sobre el Pacífico ecuatorial. Imagen extraída del sitio web de la NOAA (*National Climatic Data Center*) <http://www.ncdc.noaa.gov/teleconnections/enso/indicators/sst.php#oni>.

Para ser consistente con los resultados del modelo, el índice ecuatorial fue estimado utilizando la base de datos del proyecto reanálisis SODA, versión 2.1.6 (<http://www.atmos.umd.edu/~ocean/>). Esta base de datos se utilizó para definir las condiciones de borde oceánicas de la SSCH usada para este estudio. El índice se calculó usando:

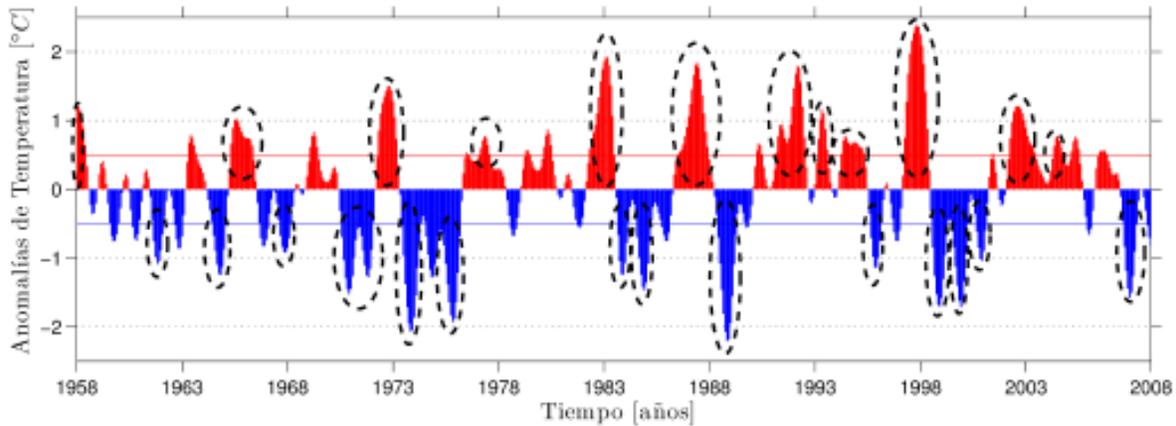
$$I_{34}(t) = \overline{P}_e(t) - \overline{P}_t \quad (3.19)$$

donde  $\overline{P}_e(t)$  es el promedio espacial de la TSM en la región 3-4 para cada mes y  $\overline{P}_t$  es su promedio temporal (entre 1958-2008). Las anomalías obtenidas fueron suavizadas con una media móvil de 3 meses, para finalmente definir las fases cálidas y frías como un mínimo de 6 meses consecutivos de anomalías de TSM que superaran el umbral de  $\pm 0.5^\circ\text{C}$ , o equivalentemente:

- Si  $I_{34} > 0,5$ , tiempo  $\geq 6$  meses  $\Rightarrow$  Evento El Niño.
- Si  $I_{34} < 0,5$ , tiempo  $\geq 6$  meses  $\Rightarrow$  Evento La Niña.

Los casos ENE fueron escogidos de acuerdo a trabajos que respaldan su gran impacto regional (Enfield et al., 1987; McPhaden, 1999), los cuales han mostrado que los eventos EN 1983 y 1998 generaron un gran impacto global en las condiciones climáticas del océano Pacífico. Es por ello, que serán los eventos considerados especialmente en nuestros cálculos.

La figura 3.4 muestra el índice estimado y destaca los eventos seleccionados. En sombreado rojo se indican las fases cálidas y en azul las fases frías. Las fechas seleccionadas en la confección de los compuestos anuales se indican en la tabla 3.1.



**Figura 3.4:** Índice ENOS de la región ecuatorial El Niño 3-4. Su estimación fue realizada en base a los forzantes de la SSCH; reanálisis SODA, versión 2.1.6.

**Tabla 3.1:** Clasificación eventos ENOS: El Niño (EN), La Niña (LN) y El Niño extraordinario (ENE), durante el periodo 1958-2008.

Periodo	Evento	Periodo	Evento	Periodo	Evento
01/58 - 06/58	EN	03/77 - 08/77	EN	09/95 - 02/96	LN
09/61 - 02/62	LN	05/82 - 06/83	ENE	04/97 - 05/98	ENE
07/64 - 02/65	LN	09/83 - 02/84	LN	08/98 - 04/99	LN
05/65 - 05/66	EN	08/84 - 03/85	LN	07/99 - 03/00	LN
09/67 - 02/68	LN	07/86 - 12/87	EN	09/00 - 02/01	LN
08/70 - 01/72	LN	06/88 - 04/89	LN	04/02 - 06/03	EN
05/72 - 03/73	EN	03/91 - 07/92	EN	05/04 - 10/04	EN
06/73 - 04/74	LN	03/93 - 08/93	EN	09/07 - 04/08	LN
08/74 - 03/76	LN	04/94 - 05/95	EN		

### 3.9. Estimación de correlaciones y significancia estadística

El método estadístico de correlación, permite establecer el grado de relación lineal entre dos series de tiempo  $x$  e  $y$ . Su valor se obtiene a través del coeficiente de correlación de Pearson, definido como:

$$r_{xy} = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} \tag{3.20}$$

donde la covarianza se determina mediante:

$$cov(x, y) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

y las desviaciones estándar  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  están dadas por:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{y} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (y_i - \bar{y})^2}$$

con  $N$  el largo de las series de tiempo.

Para decidir si el coeficiente de correlación es estadísticamente significativo, se debe estimar la cantidad de grados de libertad de las series, ya que los valores contiguos no necesariamente son independientes entre sí. Para obtener la cantidad “efectiva” de grados de libertad se estima una escala de tiempo integral:

$$\tau = 2 \sum_{k=1}^M r_{xx}(k\Delta t) r_{yy}(k\Delta t) \Delta t \tag{3.21}$$

definida a través de la función de autocorrelación para cada serie, con  $\Delta t$  el intervalo de muestreo y  $M$  un número lo suficientemente grande, tal que favorezca la convergencia de la sumatoria. Cuando el vector  $\tau$  tiende a ser paralelo al eje  $x$  (en  $\tau_c$ ), la sumatoria comienza a converger y entonces se estiman los grados de libertad efectivos:

$$gl = \frac{N\Delta t}{\tau_c} \quad (3.22)$$

Finalmente, la significancia estadística se evalúa al contrastar la hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : & \quad \rho = 0 \\ H_1 : & \quad \rho \neq 0 \end{aligned}$$

donde  $H_o$  es la hipótesis nula que se desea rechazar. Para justificarlo, se utiliza el estadístico de prueba aplicado sobre una distribución normal, el cual se define:

$$t_{obs} = r_{xy} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}}} \quad (3.23)$$

con  $n-2$  grados de libertad. Si su valor se ubica en los extremos, la correlación no será producto de la probabilidad. Luego, mientras se cumpla:

$$t_{obs} = \left| r_{xy} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}}} \right| > t_{n-2, \alpha/2} \quad (3.24)$$

se rechazará la hipótesis nula y la correlación será significativa con un rango de confianza  $\alpha/2$ .

# Capítulo 4

## Resultados y Discusión

### 4.1. Modelo de OAC de Brink y Chapman

#### 4.1.1. Estructura espacial de las OAC

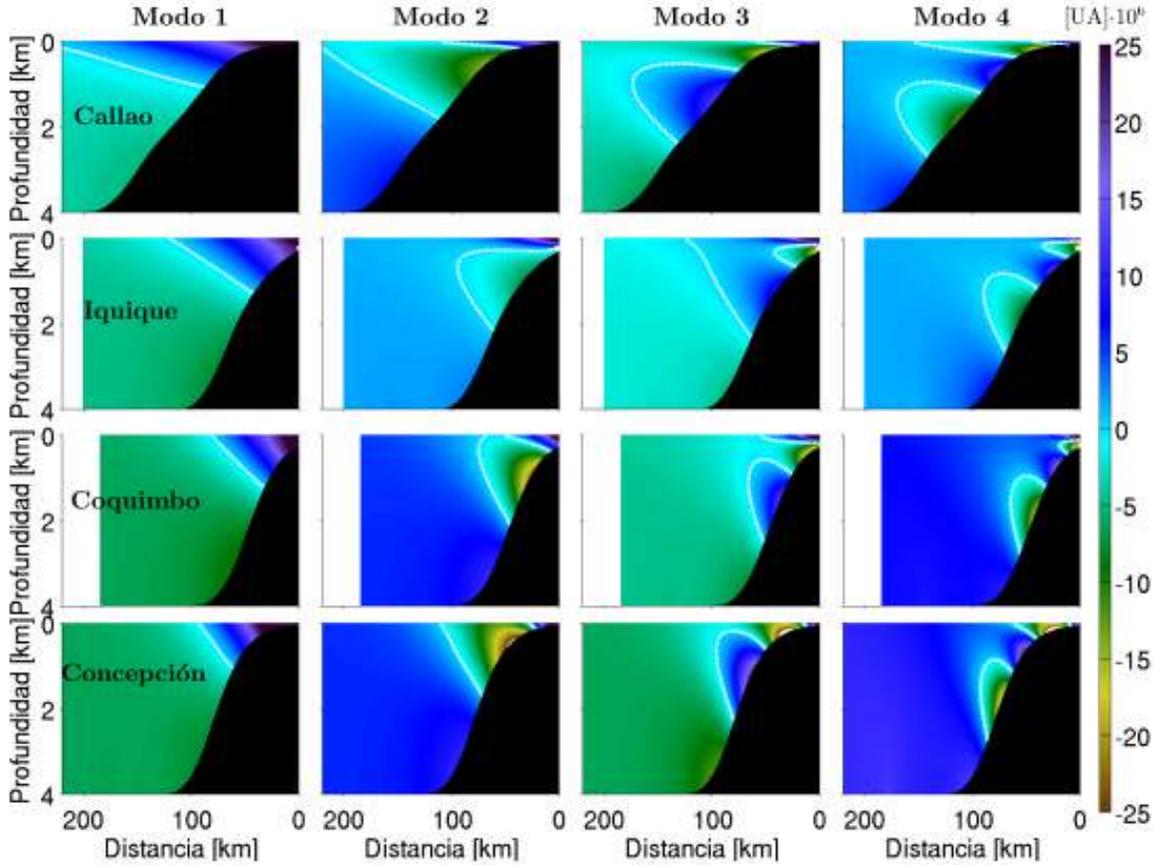
Los resultados de las estructuras espaciales de las OAC, presentaron pequeñas diferencias asociadas a cambios interanuales en las condiciones de estratificación, frente a las costas de Perú y Chile. Para representar su estructura general, se utilizaron los 4 primeros modos baroclínicos de la onda. Su correcta reproducción fue verificada por simple inspección, es decir, que para el modo  $n$  se debían observar estructuras espaciales con  $n$  nodos o pasos por cero (similar al caso 1-D para las OKE mostrado en la figura A.1 del anexo A). Además, su ortogonalidad matemática fue verificada a través de la expresión (3.11), propuesta por Brink (1989). Para los modos representados por  $m$  y  $n$ , fueron obtenidos los siguientes resultados:

$$\delta_{mn} = \frac{1}{f} \left( \int_{-h}^0 F_n^2 dz|_{x=0} + \int_0^\infty \frac{\partial h}{\partial x} F_n^2 dx|_{z=-h} \right) \begin{cases} \delta_{mn} = 1 \pm 0,007; & \text{si } n = m \\ \delta_{mn} = 0 \pm 0,27; & \text{si } n \neq m \end{cases}$$

indicando que los modos fueron estimados correctamente y respetan la condición de ortogonalidad.

Las estructuras de los modos  $F(x, z)$ , se observan en la figura 4.1. Esta muestra los modos de la presión asociados al periodo EN 1998 para las latitudes 12, 20, 30 y 37°S, cercanas a las localidades de Callao (Perú), Iquique (Chile), Coquimbo (Chile) y Concepción (Chile), respectivamente. En las estructuras, se aprecia un comportamiento mayormente baroclínico hacia latitudes bajas, donde las líneas nodales tienden a ser horizontales. Por otro lado, hacia el sur todas las estructuras se vuelven más verticales, sugiriendo que el efecto de la topografía se hace más relevante en comparación con la estratificación a medida que aumenta la latitud. Las características baroclínicas de los modos en regiones cercanas al ecuador representan una OKI, cuyas propiedades dependen de la estratificación. Mas hacia el sur, las características barotrópicas se relacionan con el estiramiento (o contracción) del tubo de vórtice, lo que afecta toda la

columna de agua. En estas condiciones, el campo de presión (y velocidad meridional) experimenta cambios importantes en la estructura espacial de la OAC, por lo que las ondas tienden a comportarse como OPC, mayormente influenciadas por los cambios en la topografía costera (por expansión del margen continental).

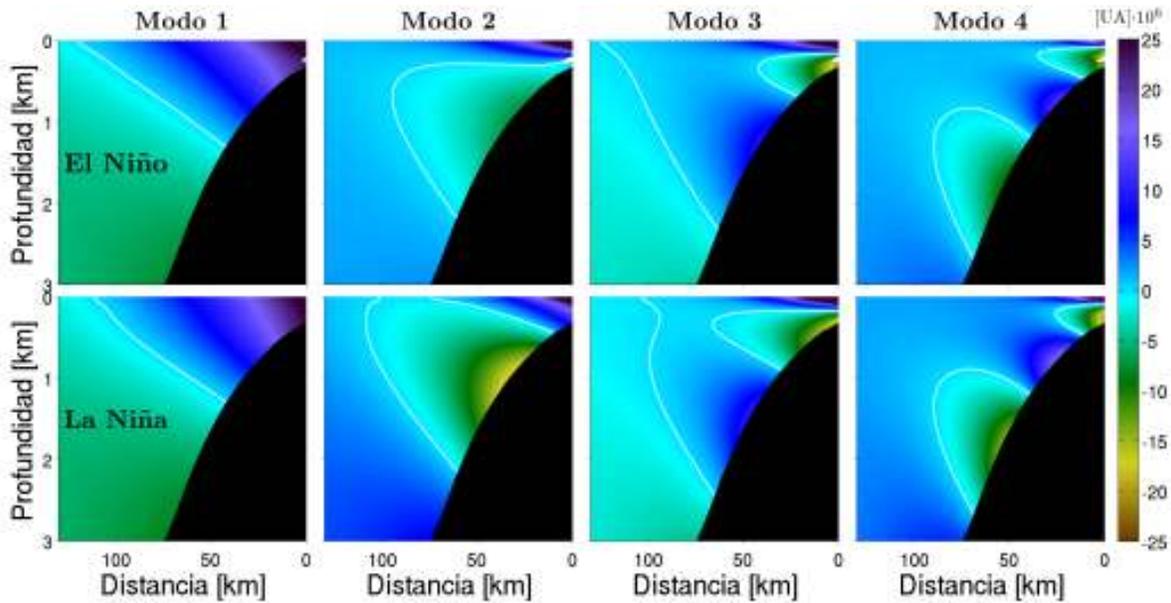


**Figura 4.1:** Estructuras espaciales de la presión obtenida durante EN 1998. De izquierda a derecha se disponen los 4 primeros modos de las OAC para las localidades: Callao (12°S), Iquique (20°S), Coquimbo (30°S) y Concepción (37°S).

El rango de influencia decrece de acuerdo a la definición del radio de deformación de Rossby ( $R_i = c/f$ ). Se observa que la amplitud máxima de los modos tiende a decaer más rápido, a medida que la latitud aumenta (mas adelante, se especifican algunas estimaciones del radio de Rossby). Los modos altos de oscilación 3 y 4 presentaron mayor amplitud en regiones cercanas al fondo marino, siendo mucho más evidente en modos  $n > 4$  (no mostrados). La dinámica de estos modos, se caracteriza por poseer mayor cizalle horizontal, esto significa que son capaces de describir movimientos asociados a regiones verticales mas reducidas; como la existencia de una termoclina somera, o efectos cercanos a las capas de superficie y fondo marino. De acuerdo a la estructura de los distintos modos, la variabilidad intraestacional de flujos costeros, tal como la

corriente costera Perú-Chile y la corriente ecuatorial subsuperficial (con influencia zonal de decenas de km) serían mayormente modulados por la presencia de modos altos, ya que los espacios verticales asociados a los núcleos de los modos 3 y 4, coinciden con las profundidades asociadas a estas corrientes. Sin embargo, dado que la influencia zonal de los modos bajos incluyen gran parte de la región costera, también modulan la dinámica de corrientes a lo largo de la costa.

Los resultados obtenidos para distintas fases ENOS se muestran en la figura 4.2 y representan la variabilidad interanual de los modos en cercanías de Iquique ( $20^\circ$ ). Estos muestran diferencias muy leves en sus extensiones espaciales, sin embargo son consistentes con el resto de latitudes simuladas (no mostradas). Durante la fase cálida, el modo 1 presenta mayor extensión hacia fuera de la costa, consecuencia que la onda es mayormente afectada por la estratificación, es decir, la fuerza restauradora ( $g'$ ) de las OAC se incrementa por gradientes mas intensos (y profundizados) típicos de EN. Esto incrementa la velocidad de propagación de la onda, y con ello su extensión hacia fuera de la costa ( $R_i \approx g'$ ).



**Figura 4.2:** Estructuras espaciales de la presión obtenidas de las simulaciones de OAC durante EN 1998 y LN 1999 a  $20^\circ\text{S}$  (Iquique).

Al examinar el modo 2, se observa que la estructura posee mayor extensión hacia fuera de la costa durante LN. Esto sugiere que la distribución vertical de  $N^2$  en los eventos fríos, favorece una mayor influencia zonal del modo 2 en las OAC, lo cual es consistente con la propagación de OAC a través de una termoclina mas somera. Al comparar su amplitud relativa, se observa que es mayor en LN que durante EN, siendo esta diferencia mayormente acentuada en cercanías del talud continental (1000 m).

El modo 3 presenta un comportamiento similar entre ambas fases ENOS (sin diferencias significativas). En el caso de Iquique, posee una estructura baroclínica en cercanías del borde costero (lineas nodales mas horizontales), mientras que hacia fuera de la costa, tiende a representar una estructura mas barotrópica. Para el modo 4 también no es posible definir patrones generales en la costa que diferencien ambas fases ENOS. Sin embargo similarmente al modo 3, muestran un comportamiento baroclínico hacia la costa y barotrópico en la primera mitad del talud continental.

### 4.1.2. Salidas modelo OAC

En los cuadros de la tabla 4.4 se presentan algunos parámetros estimados por el modelo de OAC. Estos muestran promedios meridionales de la velocidad de fase ( $c_n$ ), el radio de deformación de Rossby para el primer modo baroclínico ( $R_1$ ), el ancho del margen continental ( $L$ ) y el parámetro de estratificación o N°de Burger ( $B$ ), para las simulaciones EN 1998 y LN 1999 respectivamente.

**Tabla 4.1:** Parámetros obtenidos en las simulaciones de las OAC durante los eventos EN 1998 (a) y LN 1999 (b): Velocidad de fase para cada modo  $c_n$  en m/s, radio interno de deformación de Rossby  $R_1$  en km, ancho margen continental  $L$  en km y parámetro de Burger  $B$  (adimensional).

(a)

Parámetro Latitud °S	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$R_1$	$L$	$B$
7-11	3.42	1.7	0.94	0.62	111.4	202	0.32
12-16	3.21	1.51	0.95	0.7	70.6	152	0.22
17-22	3.38	1.35	0.9	0.73	51.2	131	0.18
25-30	2.93	1.25	0.9	0.7	36	80	0.21
31-35	3.46	1.45	0.94	0.72	30.2	97	0.11
36-40	5.03	1.96	1.11	0.76	26.2	133	0.05

(b)

Parámetro Latitud °S	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$R_1$	$L$	$B$
7-11	3.24	1.54	0.88	0.56	111.4	202	0.32
12-16	3.18	1.41	0.9	0.66	70	152	0.22
17-22	3.41	1.32	0.85	0.69	50.6	131	0.18
25-30	2.97	1.22	0.83	0.69	35.4	80	0.20
31-35	3.44	1.44	0.92	0.7	29.6	97	0.11
36-40	4.96	1.94	1.09	0.74	25.5	133	0.04

En el rango de bajas frecuencias  $\omega < f$ , las OAC se comportan como no dispersivas,

esto significa que la velocidad de fase y de grupo son equivalentes, por lo que la onda viaja en una sola dirección. En los cuadros presentados, se observa que estas velocidades son mayores durante los eventos cálidos que los fríos (a excepción del modo 1 entre 18-22°S y 25-28°S). Esto sugiere que al existir mayor influencia remota en las OAC (a través de una fase cálida ENOS), el borde costero experimenta mayor modulación baroclínica, reflejado en estructuras y velocidades de fase determinadas. La profundización de la termoclina durante eventos cálidos, hace que aumente el ancho vertical de propagación de las OAC, es decir, los cambios abruptos de la densidad se expanden. Luego al crecer el frente de ondas, será más difícil para el resto de fenómenos costeros, reducir el impacto crecido de las OAC, por lo que las velocidades de fase serán intensificadas (recordar que  $c \approx \Delta\rho$ ).

A partir de 31°S, se observa que la velocidad de fase supera los 3 m/s (con un máximo de 5.07 m/s a 36°S). Este aumento sostenido y creciente, está posiblemente vinculado a las características topográficas de la región sur. Al considerar la definición de la velocidad de fase para las OPC (2.33), se cumple que el parámetro de topografía  $b$  (que representa la inclinación del margen continental) es inversamente proporcional a la velocidad de la onda. Por lo que es consistente que la velocidad  $c_n$  aumente conforme la topografía disminuya su pendiente  $b$  (margen más horizontal), especialmente en cercanías de 36° donde alcanza los más altos valores de  $L$ .

El radio de deformación de Rossby representa la influencia zonal (extensión hacia fuera de la costa) de los efectos baroclínicos de las OAC. Es una cantidad proporcional a la velocidad de fase y disminuye con la latitud, por lo que su magnitud decrece a lo largo de la costa. Las OAC reducen su extensión zonal a medida que se desplazan hacia el sur, lo que aumenta su amplitud y la concentra en regiones cada vez menores. En condiciones EN y LN no se observan mayores diferencias en sus magnitudes, lo cual sugiere que su variación es claramente dominada por la latitud, más que por cambios en la estratificación.

El margen continental varía considerablemente a lo largo de la costa, su menor extensión está presente entre 20°S y 30°S. Esto afecta directamente sobre el tipo de OAC observadas y se manifiesta a través del parámetro de Burger  $B$  (recordar relación (3.8)). Este parámetro cuantifica los efectos relativos de la topografía y estratificación, indicando que tipo de efectos gobiernan la dinámica de OAC. En los resultados se observa que el número de Burger decrece hacia regiones más australes. Por lo que hacia el norte, las ondas poseen características más baroclínicas (similar a OKI), mientras que hacia el sur presentan estructuras más barotrópicas (similar a OPC).

Al existir mayor actividad barotrópica en las OAC, la fuerza restauradora estaría mayormente asociada a la contracción (o expansión) del tubo de vórtice, especialmente en cercanías del talud continental. El hecho que las OAC reduzcan su  $R_i$ , también es consistente con la mayor presencia de efectos barotrópicos, que responden a una plataforma y talud continental determinados. En particular, entre 35° y 37°S, la plataforma

alcanza  $\sim 60$  km de extensión, por lo que gobiernan las características barotrópicas en las OAC. En cuanto a las discrepancias de  $B$  en diferentes fases ENOS, no se observaron cambios importantes asociados a la estratificación; si bien existe un leve aumento en la fase cálida, no es clara su predominancia ni significativa su diferencia.

## 4.2. Flujo de energía entre la región ecuatorial (OKE) y Sudamérica (OAC)

El choque de ondas ecuatoriales con la costa Sudamericana, origina una repartición de energía en múltiples ondas (figura 2.2). De acuerdo a Clarke (1983), la excitación de las OAC está principalmente asociada al rango de frecuencias entre las OIG y las ondas de Rossby. Para conocer la fracción del flujo de energía incidente, transmitido efectivamente hacia la costa, se calculó una tasa entre flujos costeros al norte de Sudamérica (frente a  $7^\circ\text{S}$ ) y una región ecuatorial oriental (a  $85^\circ\text{W}$ ), tal que:

$$\mathcal{T}_{F_n} = \frac{\mathcal{F}_{n7^\circ\text{S}}}{\mathcal{F}_{n85^\circ\text{W}}} = -\frac{\int_{-h}^0 \int_{-R_i}^{R_i} \overline{p_n v_n} dz dx}{\int_{-h}^0 \int_{-R_i}^{R_i} \overline{p_n u_n} dz dy} \quad (4.1)$$

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.2. Estos presentan la tasa total de flujo de energía atrapada a la costa, la contribución de cada modo y los flujos totales de energía observados en el ecuador ( $85^\circ\text{W}$ ) y en la costa ( $7^\circ\text{S}$ ). Los resultados están en unidades de Watt (W) y fueron desarrollados para los compuestos ENOS EN, LN y ENE.

**Tabla 4.2:** Tasas de flujo de energía transferido desde el ecuador ( $85^\circ\text{W}$ ) hacia la costa ( $7^\circ\text{S}$ ) para los compuestos anuales EN, LN y ENE. También se presentan el flujo ecuatorial y costero respectivo.

Evento \ Modos	Modos					$\mathcal{F}_{85^\circ\text{W}} \cdot 10^6$ (W)	$\mathcal{F}_{7^\circ\text{S}} \cdot 10^6$ (W)
	1-4	1	2	3	4		
EN	0.12	0.03	0.25	0.68	0.42	490.8	61.3
LN	0.33	0.11	0.55	0.85	0.38	90.3	29.9
ENE	0.08	0.01	0.33	1.15	0.51	1519.7	128.6

Los valores tabulados muestran que la tasa o razón entre la energía que llega a la costa y lo que se propaga efectivamente hacia el polo, es mayor en eventos fríos que durante eventos cálidos. Sin embargo, al observar los flujos de energía  $\mathcal{F}_{n85^\circ\text{W}}$  y  $\mathcal{F}_{n7^\circ\text{S}}$ , es claro que la magnitud observada en el ecuador es mucho mayor durante eventos cálidos (especialmente en ENE). Notar que el denominador de la expresión 4.1 disminuye las tasas significativamente.

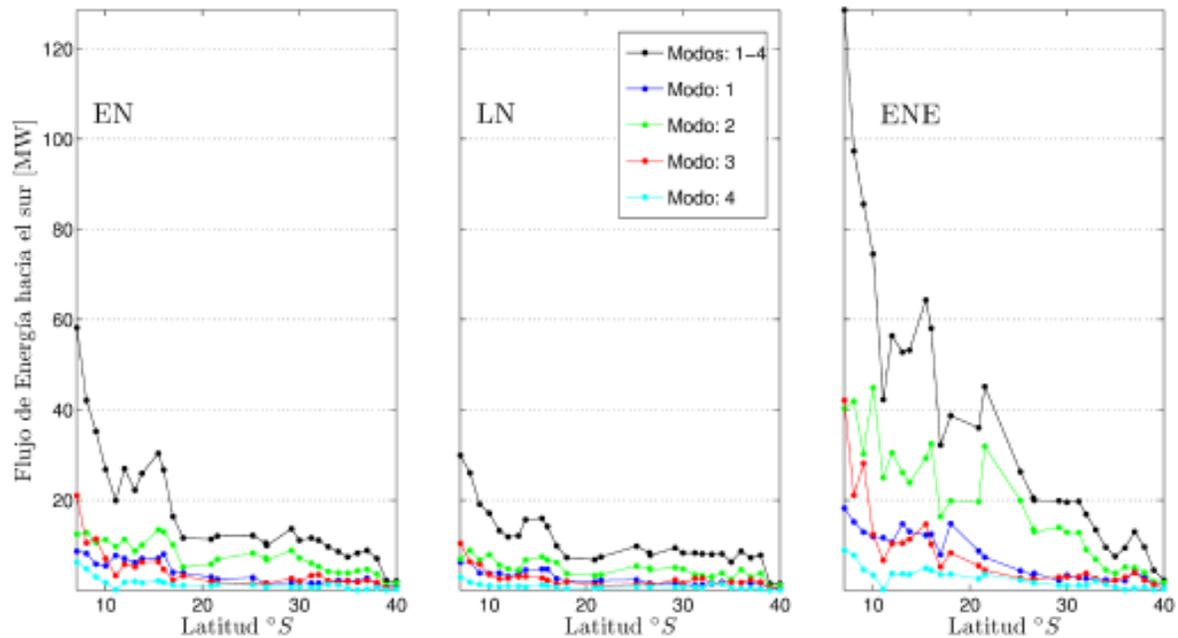
De la tabla se puede inferir:

- La proporción de flujo de energía atrapado a la costa es mayor durante eventos LN, seguido por EN y ENE. Esto sugiere que el escenario asociado a los eventos fríos es más favorable a la excitación de OAC. Durante los eventos cálidos EN y ENE, a pesar que exista mucho mayor flujo de energía asociado a OKE (y también OAC), el porcentaje transferido es casi un tercio y un cuarto que en LN, respectivamente.
- El porcentaje de flujos de energía transferidos a la costa, son similares durante EN y ENE, con aportes de 12 y 8 % respectivamente. Para el compuesto LN, su valor aumentó a un 33 %. Esta diferencia podría estar vinculada a la frecuencia de las ondas ecuatoriales forzadas en el Pacífico ecuatorial durante las diferentes fases ENOS; en eventos cálidos se fuerzan OKE “de hundimiento” (*downwelling*) con frecuencias diferentes (distintas longitudes de onda) a las OKE intraestacionales forzadas durante LN. Esto podría estar asociado al área de forzamiento o *fetch* del viento, consistente al desplazamiento de la poza de agua cálida en el Pacífico ecuatorial (Kessler et al., 1995).
- Los eventos cálidos muestran una enorme fracción de energía que no se propaga como OAC. Una explicación para esto, es que gran parte de la energía intraestacional es reflejada como ondas de Rossby, tanto en la franja ecuatorial como en regiones más australes, entre 7-10°S (Clarke, 1991). También es posible que parte de la energía ecuatorial, sea reflejada como OIG si pertenece a un rango de altas frecuencias incluido en la banda intraestacional filtrada (entre 15 y 90 días).
- Los modos altos (2, 3 y 4) presentan mayor porcentaje de flujo atrapado a la costa, observándose incluso cocientes con valores mayores a 1. De acuerdo a la teoría lineal (Clarke, 1991), es esperable que el modo  $n$  de las OKE fuerze directamente el modo  $n$  de las OAC, sin embargo la interacción costera desencadena procesos de *scattering* importantes entre los modos. Es decir que cuando la onda interacciona con un gradiente topográfico, la amplitud de los modos altos incrementan, haciendo que la energía incidente asociada a los modos 1 y 2, se reparta en composiciones modales de mayor orden, explicando así su mayor presencia en la costa que en el ecuador.

### 4.3. Flujo de energía de las OAC en la costa de Sudamérica

El flujo de energía asociado al paso de las OAC a lo largo de Sudamérica, fue calculado para cada latitud siguiendo la expresión (3.18). En la figura 4.3 se observa la magnitud de los flujos estimados a medida que las OAC se propagan hacia el sur. Las curvas representan compuestos anuales para los primeros 4 modos de oscilación, durante los

eventos EN, LN y ENE.



**Figura 4.3:** Compuestos anuales de flujos de energía frente a las costas de Perú y Chile, durante diferentes escenarios de estratificación asociados a los eventos EN, LN y ENE

Durante los eventos cálidos, existe mayor energía vinculada al paso de las OAC a lo largo de Sudamérica (e.g. Cornejo-Rodríguez et al., 1987). Consistente a esto, la figura 4.3 muestra que el flujo de energía total (en color negro) es mayor durante los eventos EN y ENE, tanto en la región ecuatorial (no mostrado en esta figura) como a lo largo de la costa. Las fases cálidas presentan mayor decaimiento energético entre 15° y 20°S, siendo más pronunciado en los eventos ENE.

A pesar que los resultados no permitan discriminar entre la presencia de OAC debido a la acción de forzantes remotos o locales; se observa que el flujo de energía decae progresivamente a lo largo de la costa, presentando un pequeño aumento durante LN y una tendencia a mantener el flujo de energía desde 30°S en EN. De esto es posible inferir, que al sur de Coquimbo existe forzamiento local asociado al viento, el cual depende de la intensidad del sistema de alta presión atmosférica del Pacífico sur-oriental.

Para entender mejor la variación energética, se calcularon promedios regionales del flujo de energía para cada compuesto. En la tabla 4.3 se presentan estimaciones para 6 secciones costeras más el ecuador (las latitudes 19, 23, 24 y 28°S fueron removidas de los cálculos por no mostrar una variabilidad razonable, dentro de los órdenes de magnitud esperables para el proceso estudiado. Esto se debe probablemente a la existencia de ruidos en las estructuras espaciales, especialmente en cercanías del borde costero).

**Tabla 4.3:** Compuesto anual del flujo de energía promedio para regiones costeras de Sudamérica.

Eventos Modos Lat°S	EN ( $W \cdot 10^6$ )					LN ( $W \cdot 10^6$ )					ENE ( $W \cdot 10^6$ )				
	1-4	1	2	3	4	1-4	1	2	3	4	1-4	1	2	3	4
0	<b>496</b>	398	49	33	15	<b>90</b>	59	13	12	8	<b>1520</b>	1342	122	36	17
7-11	<b>-36</b>	-7	-11	-11	-3	<b>-21</b>	-5	-7	-6	-2	<b>-86</b>	-14	-36	-22	-5
12-16	<b>-26</b>	-7	-11	-6	-2	<b>-14</b>	-4	-6	-3	-1	<b>-57</b>	-13	-28	-11	-4
17-22	<b>-11</b>	-3	-6	-2	-1	<b>-8</b>	-2	-4	-1	-1	<b>-30</b>	-9	-15	-5	-3
25-30	<b>-11</b>	-2	-8	-2	-1	<b>-9</b>	-2	-5	-2	-1	<b>-21</b>	-3	-15	-3	-2
31-35	<b>-10</b>	-2	-5	-3	-1	<b>-8</b>	-1	-3	-2	-1	<b>-13</b>	-2	-7	-3	-1
36-40	<b>-6</b>	-2	-3	-1	0	<b>-5</b>	-1	-3	-1	0	<b>-8</b>	-2	-4	-2	0

En la tabla 4.3, el flujo total de la región ecuatorial (modos 1-4) es claramente mayor durante eventos cálidos EN y ENE. Sin embargo hacia la costa, la importancia relativa de los modos altos (2, 3 y 4) incrementa, por lo que el primer modo de oscilación, no necesariamente es responsable de la mayor parte de la variabilidad observada.

Al revisar los flujos de energía para cada modo (tanto en la figura 4.3 como la tabla 4.3) se evidencia que todos ellos muestran un decaimiento costero. Al comparar la importancia relativa de las contribuciones independientes a lo largo de la costa, se observa que existe mayor amplitud vinculada al modo 2 de oscilación. Durante los eventos LN, el flujo costero presenta similar contribución en los modos 1 y 3, siendo levemente mayor para el modo 2; en los eventos EN, el flujo asociado al modo 2 es similar al modo 3 en la región tropical entre 7-11°S, mientras que hacia el sur presenta mayor aporte que los modos 1 y 3, pero mostrando menor decaimiento para el modo 1; finalmente durante los eventos ENE, el flujo costero dominante también está asociado al modo 2, pero el modo 1 presenta una mayor importancia relativa (en relación a EN) y menor decaimiento a lo largo de la costa.

Es importante notar que a pesar que los modos tengan distinta distribución espacial, pareciendo que en cercanías al fondo se sobrestime la amplitud de los modos altos, ellos están correctamente normalizados a lo largo de la trayectoria de integración (recordar expresión 3.12). Luego la estimación de las proyecciones, su posterior reconstrucción ( $p$  y  $v$ ) y estimación del flujo de energía ofrecen confiabilidad.

#### 4.4. Descripción de campos de presión y corrientes

Para analizar la variabilidad de los campos de la presión ( $p$ ) y las corrientes ( $v$ ) asociadas al paso de las OAC, se estimaron correlaciones entre los campos originales de  $p$

y  $v$  (filtrados para la banda intraestacional) y sus reconstrucciones a partir de los modos de OAC. En las figuras 4.4 y 4.5, se observan las correlaciones obtenidas en 12°, 20°, 30° y 37°S durante los eventos EN, LN y ENE, para los campos de presión y velocidad respectivamente. Las figuras presentan sólo correlaciones sobre el margen continental, que además sean significativas con 80 % de confianza de acuerdo al test de hipótesis con el estadístico de prueba *T-student*.

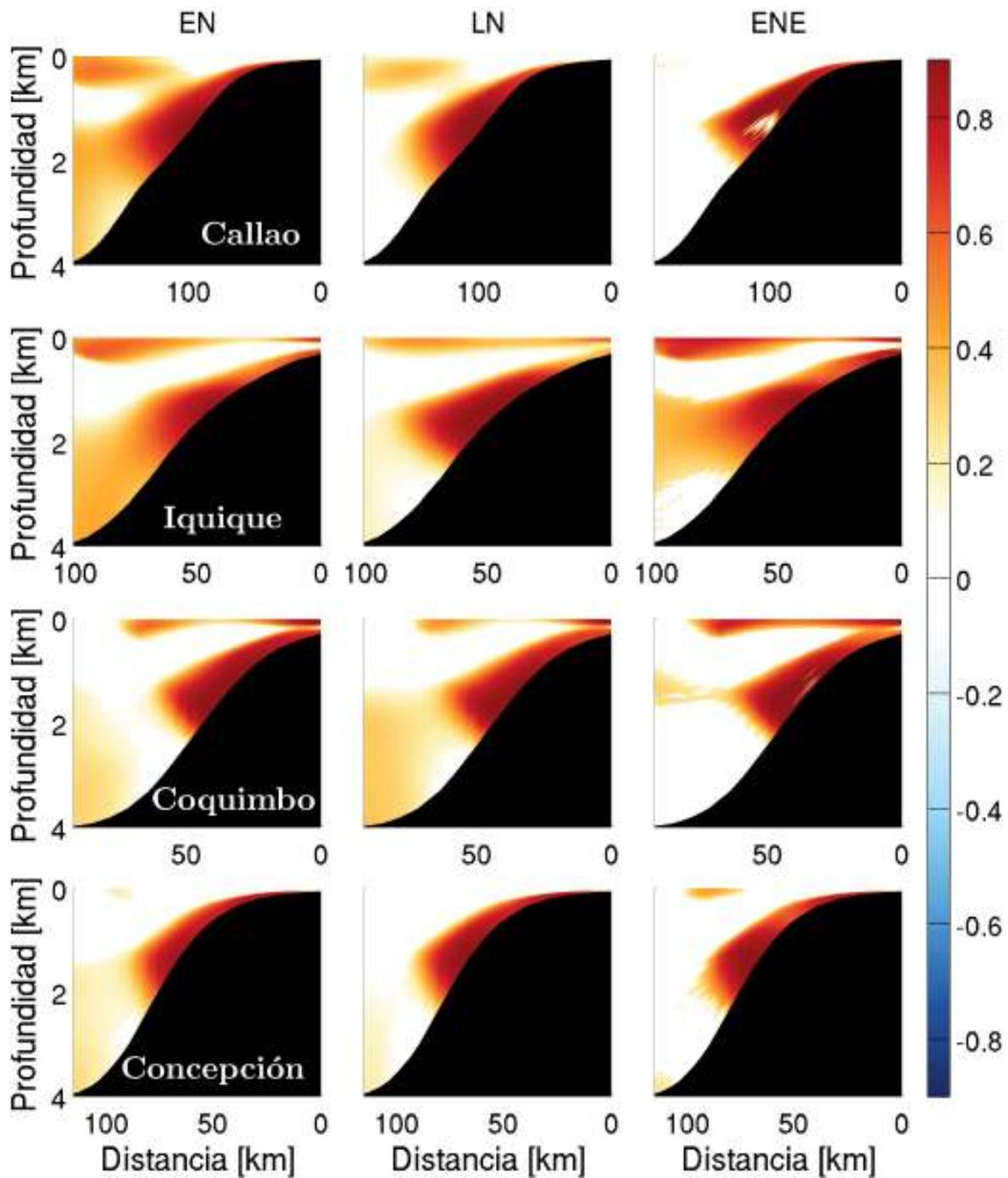
En la figura 4.4, se observa una buena asociación lineal entre los campos de presión, especialmente en la región cercana al fondo marino. Hacia el norte las correlaciones son elevadas ( $>0.7$ ) y significativas, mientras que hacia el sur la correspondencia disminuye y se restringe al talud continental. Esto último puede estar relacionado, con la disipación de la onda asociada a los cambios topográficos, lo que hace decrecer su amplitud en su trayectoria recorrida.

En la figura 4.5 se presentan los resultados para los campos de velocidad meridional. Las correlaciones disminuyen en magnitud y significancia estadística, por lo cual  $v$  meridional reconstruida a partir de los modos, no representa la variabilidad intraestacional de las corrientes. Una explicación a esto es que existen otros fenómenos costeros que podrían explicar las corrientes en este rango de frecuencias, tal como la actividad de mesoescala.

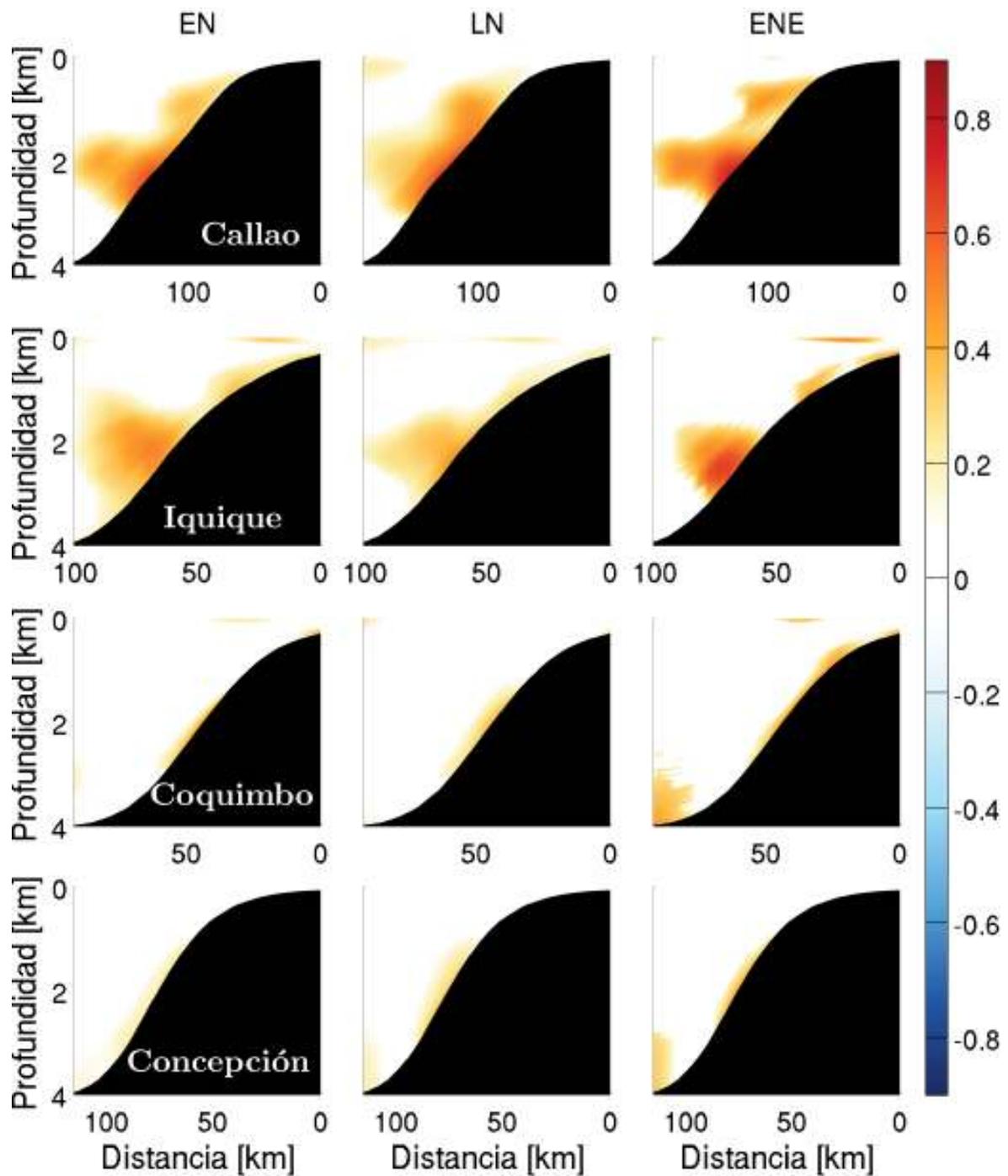
A consecuencia de la disminución del radio de deformación de Rossby hacia el sur, es posible que la resolución de la SSCH, no sea suficiente para representar de buena manera las características energéticas de las OAC.

## 4.5. Efectos friccionales sobre las OAC

En la tabla 4.4 se muestran los coeficientes de acoplamiento con el viento  $b_n$  y los coeficientes de arrastre de fondo  $a_{nn}$ . Estos representan los efectos de la fricción en superficie y el fondo, respectivamente. Si bien, estos no influyeron en los cálculos de los modos libres de las OAC, su estimación nos da una idea de los efectos disipativos en distintos escenarios de estratificación.



**Figura 4.4:** Correlaciones entre los campos de presión (intraestacionales) y los reconstruidos a partir del modelo de OAC, para 4 regiones a lo largo de la costa durante los eventos EN, LN y ENE.



**Figura 4.5:** Correlaciones entre los campos de velocidad meridional (intraestacionales) y los reconstruidos a partir del modelo de OAC, para 4 regiones a lo largo de la costa durante los eventos EN, LN y ENE.

**Tabla 4.4:** Coeficientes de acoplamiento con el viento  $[b_n] = m^{-1/2}$  y coeficientes de arrastre de fondo  $[a_{nn}] = 10^{-7} \cdot m^{-1}$  durante EN 1998 (a) y LN 1999 (b).

(a)

Parámetro Latitud °S	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$a_{11}$	$a_{22}$	$a_{33}$	$a_{44}$
7-11	16.6	11.1	7	5.2	6.3	8.9	11.2	13.02
12-16	9.6	8.6	9.5	8.6	3.3	6.1	8.2	12.7
17-22	6.7	6.8	11.4	11.1	2.2	3.6	3.8	12.96
25-30	5.4	6.6	10.4	6	2.1	3	4.8	12.18
31-35	5.1	4.9	7.3	6.7	2.1	4.1	6	11.62
36-40	6.7	4.8	3.2	3.3	3.2	7.6	10.9	15.7

(b)

Parámetro Latitud °S	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$a_{11}$	$a_{22}$	$a_{33}$	$a_{44}$
7-11	15.2	12.9	7.8	6.3	5.5	13	13.5	17
12-16	8.8	8.2	9.1	9.4	2.9	7.3	9.6	14
17-22	6.4	5.9	10.7	14.5	2.1	4.7	4.7	9.62
25-30	5.1	5.1	10.4	8.4	2	3.7	4.1	11.6
31-35	5	4.7	7.5	7.1	2.1	4.4	5.8	11.12
36-40	6.7	4.8	3.1	3.1	3.3	7.8	10.9	16.04

Los coeficientes  $b_n$  permiten hacer una estimación *a priori*, de la influencia que tendría un viento (independiente de la frecuencia) sobre el forzamiento local y la estructura modal de las OAC. Valores altos de  $b_n$ , indican que el viento es mas eficiente en generar un modo particular.

En la tabla 4.4, se observa que las magnitudes incrementan durante el evento EN 1998 para los modos 1 y 2, mientras que en LN 1999 predominan los modos mas altos (3 y 4). Ello podría sugerir que durante eventos cálidos, el efecto local del viento sobre los modos 1 y 2, es mayor cuando las OAC están en presencia de un escenario más estratificado; mientras que durante LN, el forzamiento local estaría vinculado a una estructura vertical dominada por los modos altos 3 y 4.

Los coeficientes de fricción de fondo  $a_{nn}$  asociados a los modos 2, 3 y 4, muestran magnitudes mayores en LN. Lo cual hace suponer, que la disminución de la estratificación, aumenta los efectos disipativos del fondo, siendo coherente a los resultados obtenidos por Brink (1982a), quien sostiene que una intensa estratificación tiende a reducir el efecto de la fricción de fondo, a través de la inhibición de los movimientos verticales.

Ha sido descrito que los efectos friccionales tienden a ser más importantes en la medida que las OAC se comportan como OPC (Brink, 1980, 1982a). Esto se puede inferir a partir de la lectura de los coeficientes en regiones australes, donde las ondas

interaccionan con una plataforma continental ancha. Esta condición, podría generar rezagos en la respuesta de las OPC (o *spin-up*) al forzamiento del viento, tal como sugiere Brink y Allen (1978).

A lo largo de la costa, sumados a los efectos friccionales de las capas de borde, las OAC experimentan otros efectos disipativos que atenúan su amplitud y flujo de energía. Para una región dada, cuando el rango de frecuencias ( $\omega$ ) es suficientemente bajo, es decir si  $\omega < \omega_c = \beta c/2f$ , la energía se puede propagar como ondas de Rossby hacia fuera de la costa. Este mecanismo es mas eficiente en regiones cercanas al ecuador, ya que la vorticidad planetaria es menor permitiendo que oscilaciones con frecuencias mas altas se propaguen hacia el oeste. A medida que las OAC se propagan hacia el sur, la probabilidad de disiparse como onda de Rossby decrece. Sin embargo el paso de las OAC puede generar inestabilidades baroclínicas (Shaffer y Leth, 2001), que pueden forzar remolinos de mesoescala o meandros hacia fuera de la costa. De acuerdo a la teoría lineal propuesta por Clarke et al. (1991), la latitud crítica a partir de la cual las ondas quedan completamente atrapadas a la costa, es aproximadamente  $12^\circ\text{S}$  para el primer modo baroclínico de las OAC con frecuencia en el rango de 50-80 días.

Cuando  $\omega > \omega_c$ , la energía de las fluctuaciones permanece atrapada a la costa y las OAC pueden experimentar *scattering* (en  $x$  y en  $z$ ), es decir, transferir energía a modos altos de oscilación con escalas espaciales mas pequeñas. Este proceso permite inducir mezcla mediante procesos turbulentos en el océano, lo cual se favorece cuando el margen continental juega un rol mas importante en la propagación de las OAC. Generando modos altos con mayor cizalle horizontal, donde la viscosidad opera más eficientemente, favoreciendo la disipación de energía en regiones cercanas al fondo marino.

# Conclusiones

La variabilidad interanual de las OAC fue descrita a través del M-BC. Los resultados obtenidos en los eventos EN 1998 y LN 1999 revelaron que el modelo es más sensible a los cambios de topografía que a la variabilidad interanual de la estratificación.

Las características barotrópicas o baroclínicas de las OAC no están necesariamente asociadas a determinadas fases ENOS. Independiente de la variabilidad interanual simulada, los efectos de surgencia o hundimiento costero generaron oscilaciones baroclínicas en cercanías de la costa ( $R_i$ ). Al existir un decaimiento zonal de las OAC, tales efectos baroclínicos disminuyeron hacia el sur, lo que favoreció una dinámica de OAC mayormente dominada por efectos barotrópicos sobre el talud continental.

La cantidad de energía que arriba a la costa y se propaga hacia el sur, varía significativamente en distintas fases ENOS. Si bien, en los eventos cálidos existe mayor energía ecuatorial que durante LN, son estos últimos los que muestran mayor eficiencia en la absorción de frecuencias que favorecen una mayor propagación de OAC. Esto puede estar relacionado al tipo de forzamiento atmosférico ecuatorial (celda de Walker), o bien, a una respuesta diferencial asociada a las características del medio de propagación de las OKE.

Los flujos de energía estimados frente a las costas de Perú y Chile, mostraron mayor presencia de OAC durante los eventos cálidos. Estos son muy elevados en cercanías del ecuador, disminuyen abruptamente en el norte de Chile (15-20°S) y decaen con menor tendencia lineal desde 30°S, lo que podría sugerir la presencia implícita de un forzamiento local del viento.

El uso de perfiles horizontalmente constantes de la frecuencia de boyantés y la poca resolución vertical lograda por el M-BC, hacen menospreciar los efectos baroclínicos de las OAC asociados a distintas fases ENOS. Las características de los primeros 300 m de estos perfiles manifiestan las principales diferencias interanuales de la densidad, por lo que sería conveniente mejorar su representación espacial en la confección de modelos.

Constituye en desafío para futuras investigaciones, representar la no-linealidad de las OAC, mejorar la descripción de los efectos friccionales (en superficie y fondo) y flujos medios asociados al borde costero, representar de manera más realista la topografía y aumentar la representación espacial de la estratificación. De esta manera será posible hacer descripciones cada vez más minuciosas, que permitan mejorar los pronósticos de las características baroclínicas del borde costero asociadas al paso de las OAC.

# Bibliografía

- [1] Allen, J. S., 1975: *Coastal Trapped Waves in a Stratified Ocean*. Journal of Physical Oceanography, 5, 300–325.
- [2] Aguirre, C., Pizarro, O., Strub, P.T., Garreaud, R., Barth, J.A., 2012. *Seasonal dynamics of the near-surface alongshore flow off central Chile*. Journal of Geophysical Research 117, C01006.
- [3] Belmadani, A., V. Echevin, B. Dewitte, and F. Colas, 2012: *Equatorially-forced intraseasonal propagations along the Peru-Chile coast and their relation with the nearshore eddy activity in 1992-2000: A modelling study*. J. Geophys. Res.-Oceans, 117, C04025.
- [4] Bkirknes, J., 1969: *Atmospheric teleconnections from the equatorial Pacific*. Mon. Wea. Rev., 97, 163–172.
- [5] Brink, K. H., y Allen, J. S. (1978, September). *On the Effect of Bottom Friction on Barotropic Motion Over the Continental Shelf*. Journal of Physical Oceanography, 8(5), 919-922.
- [6] Brink, K. H., 1980: *Propagation of Barotropic Continental Shelf Waves over Irregular Bottom Topography*. Journal of Physical Oceanography, 10, 765–778.
- [7] Brink, K. H., 1982a: *The effect of bottom friction on low frequency coastal trapped waves*. Journal of Physical Oceanography, 12(2), 127-133.
- [8] Brink, K. H., 1982b: *A comparison of long coastal trapped wave theory with observations off Perú*. Journal of Physical Oceanography, 12(8), 897-913.
- [9] Brink, K. H. y Chapman D. C., 1987: *Programs for computing properties of Coastal-Trapped Waves and Wind-Driven Motions Over the Continental Shelf and Slope*. Woods Hole Oceanographic Institution. Technical Report. WHOI-87-24.
- [10] Brink, K. H., 1989. *Energy conservation in coastal-trapped wave calculations*. Journal of Physical Oceanography, 19(7), 1011-1016.
- [11] Brink, K. H., 1990. *On the damping of free coastal-trapped waves*. Journal of Physical Oceanography, 20(8), 1219-1225.
- [12] Brink, K. H., 1991: *Coastal-trapped waves and wind-driven currents over the continental shelf*. Annual Review of Fluid Mechanics, 23, 389-412.
- [13] Buchwald y Adams, 1968: *The Propagation of Continental Shelf Waves*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol.

- 305, No. 1481 (Jun. 4, 1968), pp. 235-250.
- [14] Caldwell, D. R., Cutchin D, L, Longuet-Higgins M. S., 1972: *Some model experiments on Continental shelf waves*. J. Mar. Res., 30, 39-55.
- [15] Capitanio, F. A.; Faccenna, C.; Zlotnik, S.; Stegman, D. R., 2011: *Subduction dynamics and the origin of Andean orogeny and the Bolivian orocline*. Nature: Vol. 480 Issue 7375, p83.
- [16] Chapman, D. C., 1983: *On the influence of stratification and continental shelf and slope topography on the dispersion of subinertial coastally trapped waves*. Journal of Physical Oceanography, 13(9), 1641–1652.
- [17] Clarke, Allan J., 1983: *The Reflection of Equatorial Waves from Oceanic Boundaries*. J. Phys. Oceanogr., 13, 1193–1207.
- [18] Clarke, A. J., and C. Shi (1991), *Critical frequencies at ocean boundaries*, J. Geophys. Res., 96(C6), 10731–10738, doi:10.1029/91JC00933.
- [19] Clarke A., 2008: *An Introduction to the Dynamics of El Niño and the Southern Oscillation*, capítulo 3. Oxford Academic Press.
- [20] Cornejo-Rodriguez, M. Del P., Enfield, D. B., 1987: *Propagation and forcing of high-frequency sea level variability along the west coast of South America*. Journal of Geophysical Research, Volume 92, Issue C13, December 15, 1987, pp.14323-14334.
- [21] Dewitte B., J. Vazquez-Cuervo, K. Goubanova, S. Illig, K. Takahashi, G. Cambon, S. Purca, D. Correa, D. Gutierrez, A. Sifeddine and L. Ortlieb, 2012: *Change in El Niño flavours over 1958-2008: Implications for the long-term trend of the upwelling off Perú*. Deep Sea Research II, doi:10.1016/j.dsr2.2012.04.011.
- [22] Echevin, V., F. Colas, A. Chaigneau, and P. Penven, 2011: *Sensitivity of the Northern Humboldt Current System nearshore modeled circulation to initial and boundary conditions*, J. Geophys. Res., 116, C07002, doi:10.1029/2010JC006684.
- [23] Enfield David B., Maria Del Pilar Cornejo-Rodriguez, Robert L. Smith, Priscilla A., 1987 *The equatorial source of propagating variability along the Peru coast During the 1982–1983 El Niño*. JGR, Volume 92, Issue C13, pages 14335–14346.
- [24] Gill A. E. y Clarke A. J., 1974: *Wind induced upwelling coastal currents and sea level changes*, Deep Sea Res., 21, 325–345.
- [25] Gill A. E. y Schumann E. H, 1974: *The generation of long shelf waves by the wind*. Journal of Physical Oceanography, 4, 83-90.
- [26] Gill A. E. 1977: *Coastally trapped waves in the atmosphere*. Volume 103, Issue 437, pages 431–440.
- [27] Hormazábal, S., G. Shaffer and O. Pizarro. *Tropical Pacific control of intraseasonal oscillations off Chile by way of oceanic and atmospheric pathways*. Geophysical Research Letters, 29(6), GL013481, doi:10.1029/2001, 2002.

- [28] Kessler, W.S., M.J. McPhaden and K.M. Weickmann (1995): *Forcing of intraseasonal Kelvin waves in the equatorial Pacific*. J. Geophys. Res., 100, 10613-10631.
- [29] Kundu, Pijush K., J. S. Allen, Robert L. Smith, 1975: *Modal Decomposition of the Velocity Field near the Oregon Coast*. J. Phys. Oceanogr., 5, 683-704.
- [30] McPhaden M., 1999, *Genesis and Evolution of the 1997-98 El Niño*. Science, 283, 950-954 (1999).
- [31] Madden, Roland A., Paul R. Julian, 1972: *Description of Global-Scale Circulation Cells in the Tropics with a 40-50 Day Period*. J. Atmos. Sci., 29, 1109-1123.
- [32] Mysak, L. A., 1980: *Recent advances in shelf wave dynamics*. Reviews of geophysics and space physics, 18, 211-241.
- [33] Leth O.K. and G. Shaffer, 2001: *A numerical study of the seasonal variability in the circulation off central Chile*. Journal of Geophysical Research, 106, 22,229-22,248.
- [34] Penven P., V. Echevin, J. Pasapera, F. Colas, J. Tam, 2005: *Average circulation, seasonal cycle, and mesoscale dynamics of the Peru Current System: A modeling approach*. Journal of Geophysical Research C: Oceans, Vol. 110, No. 10, pp. 1-21.
- [35] Pizarro, O., S. Hormazabal, A. González, E. Yañez, 1994. *Variabilidad del viento, nivel del mar y temperatura en la costa norte de Chile*. Invest. Mar., 22:85-100.
- [36] Pizarro, O., 1999: *Low frequency fluctuations in the Eastern Boundary Current Circulation off South America: Remote and local forcing*. Ph.D. Thesis, Department of Oceanography, University of Gothenburg, Sweden.
- [37] Pizarro O. Montecinos A., 2004: *Interdecadal variability of the thermocline along the west coast of South America*, Geophys. Res. Lett., 31, L20307.
- [38] Schopf, Paul S., Max J. Suarez, 1988: *Vacillations in a Coupled Ocean-Atmosphere Model*. J. Atmos. Sci., 45, 549-566.
- [39] Schumann, E. H., K. H. Brink, 1990: *Coastal-Trapped Waves off the Coast of South Africa: Generation, Propagation and Current Structures*. J. Phys. Oceanogr., 20, 1206-1218.
- [40] Shaffer, G., Pizarro, O., Djurfeldt, L., Salinas, S. y Rutllant, J. 1997, *Circulation and Low-frequency Variability near the Chilean Coast: Remotely Forced Fluctuations during the 1991-92 El Niño*. Journal of physical Oceanography, no. Vol. 27, No. 2, pp. 217-235.
- [41] Shchepetkin, A. F., and J. C. McWilliams, 2005: *The Regional Ocean Modeling System: A split-explicit, free-surface, topography following coordinates ocean model*, Ocean Modelling, 9, 347-404.
- [42] Smith, R. L., *Poleward propagating perturbations in currents and sea levels along the Peru Coast*. Journal of Geophysical Research: Oceans (1978-2012). Volume 83, Issue C12, pages 6083-6092, 20 December 1978.

- 
- [43] Strub P. T., Montecino V., Rutllant J., Salinas S., 1998. *Coastal ocean circulation off western south America*. In *The Sea*, vol. 11, edited by A. R. Robinson and H. K. Brink, pp 273-314.
- [44] Thomson, W. (Lord Kelvin) (1879): *On gravitational oscillations of rotating water*. Proc. Roy. Soc., Edinburgh, A214, 79–97, (Also Phil. Mag.,10, 109–116).
- [45] Tomczak M., 2002: *An Introduction to Physical Oceanography, versión 4.1*, capítulo: Shelf and Coastal Oceanography. <http://www.es.flinders.edu.au/~mattom/ShelfCoast/chapter08.html>.
- [46] Vallis G., *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics*. New York Cambridge University Press, 2006, capítulo 3.
- [47] Zhang, C., 2005, *Madden-Julian Oscillation*, Rev. Geophys., 43, RG2003.

# Anexo A

## Modos normales en un océano continuamente estratificado

Los modos normales se pueden entender como patrones de movimiento de una onda, donde todas las partes del sistema oscilan a la misma frecuencia y con determinada relación de fase. En el contexto de la dinámica de las OAC, se introduce una descripción de los modos normales de oscilación para un medio continuamente estratificado, con distribución de presión hidrostática (advección vertical despreciable por ser ondas muy largas), costa recta y fondo plano. En su desarrollo, conviene expresar la densidad y presión como:

$$\rho = \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t) \quad (\text{A.1})$$

$$p = \bar{p}(z) + p'(x, y, z, t) \quad (\text{A.2})$$

donde  $\rho'$  y  $p'$  son perturbaciones de la densidad y la presión respectivamente. Luego, las ecuaciones del sistema (2.5) se pueden escribir como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial X}{\partial z} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial Y}{\partial z} \quad (\text{A.4})$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{g\rho'}{\rho_0} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} - \frac{\rho_0 N^2}{g} w = 0. \quad (\text{A.7})$$

donde la ecuación (A.7) está linealizada a través de la frecuencia de boyantés o de Brunt-Väisälä  $N^2 = -g\partial\bar{\rho}(z)/\rho_0\partial z$ , e indica que la tasa de cambio de la densidad en un punto, se debe solo a la advección vertical de su distribución y su cambio en el tiempo.

Si se quisiera introducir términos friccionales, es decir, agregar el forzamiento local

sobre las ondas, habría que considerar una representación lineal del viento en superficie, tal como lo proponen Gill y Clarke (1974), quienes consideran un transporte de Ekman uniforme en la capa de mezcla superficial  $H_{mix}$ . Sin embargo, los modos serán obtenidos bajo el nivel que cumpla la condición  $X = Y = 0$ , es decir, el sistema resuelve ondas libres de baja frecuencia que se propagan a través de un océano interior alejado de capas friccionales.

Dado que el problema considera estratificación continua (infinitas capas), resulta conveniente utilizar el método de separación de variables para definir sus soluciones, luego los campos se pueden expresar como la suma infinita de modos normales:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{u}_n(x, y, t) F_n(z) \quad (\text{A.8})$$

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{v}_n(x, y, t) F_n(z) \quad (\text{A.9})$$

$$p'/\rho_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{p}_n(x, y, t) F_n(z) \quad (\text{A.10})$$

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{w}_n(x, y, t) \int_{-H}^z F_n(z) dz \quad (\text{A.11})$$

$$\rho' = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\rho}_n(x, y, t) \frac{\partial F_n(z)}{\partial z} \quad (\text{A.12})$$

donde  $F_n(z)$  es la estructura vertical de la onda o *eigenvector*) y los términos  $\hat{u}_n$ ,  $\hat{v}_n$ ,  $\hat{p}_n$ ,  $\hat{w}_n$ ,  $\hat{\rho}_n$  representan su propagación horizontal y temporal. Los campos  $u$ ,  $v$  y  $p$  poseen la misma estructura vertical. En (A.11) la forma de la ecuación de continuidad sugiere que  $w$  sea la integral de  $F_n$  con respecto a  $z$  y (A.12) sea consistente a las unidades que la ecuación hidrostática a través que  $\rho'$  sea proporcional a la derivada de la estructura vertical de  $p$  con respecto a  $z$ .

Luego, al reemplazar las expresiones (A.11) y (A.12) en la ecuación de la densidad (A.7), se llega a:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\partial \hat{\rho}_n}{\partial t} \frac{\partial F_n}{\partial z} - \frac{g}{\rho_0} N^2 \hat{w}_n \int_{-H}^z F_n dz \right] = 0 \quad (\text{A.13})$$

que de acuerdo a la resolución del problema de valores propios, cada modo  $n$  será matemáticamente independiente y cumplirá que el argumento de esta sumatoria, o bien su integración en la columna de agua, sea cero.

Mediante el método de separación de variables la expresión (A.13) se reagrupa, tal que:

$$\frac{\partial F_n / \partial z}{N^2 \int_{-H}^z F_n dz} = \left( \overbrace{\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \hat{\rho}_n}{\partial t}}^{-\partial \hat{\rho}_n / \partial t} \right)^{-1} \hat{w}_n = -\frac{1}{c_n^2} \quad (\text{A.14})$$

donde la única posibilidad de igualdad entre los estos términos, es que ambos sean equivalentes a una constante fija  $-1/c_n^2$  de unidades consistentes al desarrollo del problema. Tomando la igualdad de la izquierda se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{N^2} \frac{\partial F_n}{\partial z} \right] = -\frac{1}{c_n^2} F_n$$

que corresponde a una ecuación diferencial del problema de valores propios. Para completar su formulación, las condiciones de borde establecen que la velocidad vertical sea máxima y libre en superficie, decayendo linealmente hacia el fondo, tal que:

$$\begin{aligned} w &= \frac{\partial \eta}{\partial t}, & z &= 0 \\ w &= 0, & z &= -H \end{aligned}$$

Expresando la perturbación del nivel del mar  $\eta$  en términos de la perturbación de la presión  $p'$  (siguiendo un balance hidroestático) y usando la descomposición (A.10), se tiene que para  $z = 0$  se cumple:

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0 g} \frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{1}{g} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial \hat{p}_n}{\partial t} F_n \quad (\text{A.15})$$

luego, la ecuación de la densidad (A.7) en términos de la presión se puede expresar equivalentemente como:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} - \frac{N^2 \rho_0}{g} w = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial z \partial t} + N^2 w = 0$$

se despeja  $w$  y se expande  $p'$ ,

$$w = -\frac{1}{\rho_0 N^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial z \partial t} = -\frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\partial \hat{p}_n}{\partial t} \frac{\partial F_n}{\partial z} \quad (\text{A.16})$$

Al igualar las expresiones (A.15) y (A.16), se expresa la condición de borde superficial en términos de la estructura vertical asociada a cada modo de oscilación  $F_n(z)$ :

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{N^2}{g} F_n = -\frac{\partial F_n}{\partial z}$$

La condición de fondo, cumple que  $w = 0$  en  $z = -H$ . Luego usando la expresión (A.16), se obtiene:

$$w = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial F_n}{\partial z} = 0$$

Finalmente, el problema de los modos normales para un sistema estratificado queda

determinado por las expresiones:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{N^2} \frac{\partial F_n}{\partial z} \right] + \frac{1}{c_n^2} F_n = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial F_n}{\partial z} + \frac{N^2}{g} F_n = 0, \quad z = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial F_n}{\partial z} = 0, \quad z = -H \quad (\text{A.19})$$

que similar al caso de las OPC, componen el problema de valores propios de Sturm-Liouville, cuyas soluciones son modos normales ortogonales entre sí. Su resolución consiste en encontrar  $n$  valores propios distintos, asociados a las  $n$ -ésimas estructuras verticales respectivas.

Para obtener las ecuaciones de movimiento, basta reemplazar las expresiones (A.8)-(A.12) en (A.3)-(A.7), quedando:

$$\frac{\partial \hat{u}_n}{\partial t} - f v_n = - \frac{\partial \hat{p}_n}{\partial x} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial \hat{v}_n}{\partial t} + f u_n = - \frac{\partial \hat{p}_n}{\partial y} \quad (\text{A.21})$$

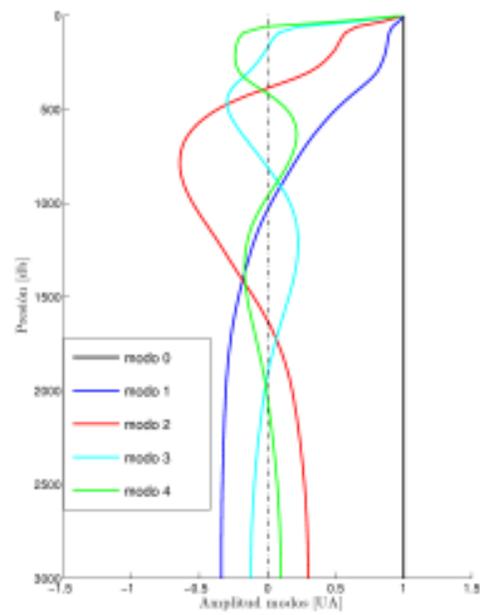
$$\hat{p}_n = - \frac{g}{\rho_0} \hat{\rho}_n \quad (\text{A.22})$$

$$0 = \frac{\partial \hat{u}_n}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}_n}{\partial y} + \frac{1}{C_n^2} \frac{\partial \hat{p}_n}{\partial t} \quad (\text{A.23})$$

$$\hat{w}_n = \frac{1}{C_n^2} \frac{\partial \hat{p}_n}{\partial t} \quad (\text{A.24})$$

que componen el sistema que gobierna el movimiento para un flujos de baja frecuencia en un océano continuamente estratificado de fondo plano.

Un ejemplo de la estimación de modos normales se muestra en la figura 3.15. Estas estructuras representan la propagación horizontal de las OKE a través de sus 5 primeros patrones verticales. Los perfiles de estratificación que permitieron el cálculo fueron obtenidos a 85°W en la latitud ecuatorial. En color negro se observa el modo cero o barotrópico de las OKE, este describe un comportamiento independiente de la profundidad para los campos  $u$ ,  $v$  y  $p$ . El resto de las estructuras representan los 4 primeros modos baroclínicos de oscilación, que dependen de la distribución vertical de la estratificación. El modo  $n$  está asociado a  $n$  nodos o pasos por cero. Los modos mas altos (3 y 4) presentan mayor cizalle horizontal cerca de superficie, por lo que describen movimientos asociados a una menor escala vertical. Los modos se presentan normalizados (divididos por el valor superficial) y poseen una resolución vertical de 100 niveles entre superficie y 3000 m de profundidad.



**Figura A.1:** Distribución vertical de los modos normales en un medio continuamente estratificado a  $85^{\circ}\text{W}$  en el ecuador.