



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

**UN ENFOQUE BAYESIANO PARA LA INVERSIÓN DE
DATOS GEODÉSICOS Y SELECCIÓN DE MODELOS
APLICADO AL DESLIZAMIENTO COSÍSMICO ASOCIADO AL
TERREMOTO DEL MAULE M_w 8,8 DE 2010**

POR
SEBASTIÁN ALFONSO NÚÑEZ JARA

Tesis presentada al Departamento de Geofísica de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Concepción para optar al título profesional de Geofísico

Abril 2021
Concepción, Chile

Profesores Guía:

Dr. Klaus Bataille Bollweg, Dr. Marcos Moreno Switt

Comisión Evaluadora:

Dr. Roberto Benavente Bravo

© 2021, SEBASTIÁN ALFONSO NÚÑEZ JARA

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

Dedicado a Mamá, Papá, Pablote, Abrilita y Almita.

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría expresar unas palabras de gratitud a las personas e instituciones que ayudaron a terminar este proceso de Habilitación Profesional.

- En primer lugar, agradecer a FONDECYT, que en el marco del proyecto 1181479 “*Investigating the feedback between megathrust earthquakes and continental plate faulting: consequences for seismic hazard in Metropolitan Chile. INTERACT*”, financiaron esta tesis y contribuyeron a su culminación.
- A mis profesores guías, Dr. Klaus Bataille y Dr. Marcos Moreno, por tenerme (mucho) paciencia, aclarar mis numerosas dudas y animarme a seguir adelante.
- A el Dr. Roberto Benavente, quien desinteresadamente me ayudó a comprender las bases de la Inferencia Bayesiana y a formular la metodología de esta tesis.
- A Juan Carlos Baez, Francisco del Campo y David Pineda del Centro Sismológico Nacional, que me orientaron en los comienzos de esta tesis. Creo que sin ese primer empujón esta tesis hubiese sido una tarea mucho más difícil.
- A los Doctores Ryoichiro Agata, Lifeng Wang, Jorge Crempien, y a Valeria Becerra, estudiante de doctorado de la PUC, quienes dedicaron de su tiempo para resolver mis dudas metodológicas.
- A mis amistades, quienes me acompañaron durante este largo proceso de escritura, aconsejándome y brindándome buenos ratos. Valoro mucho su buena onda, especialmente cuando la rutina de la pandemia abrumaba.
- Finalmente, me gustaría agradecer a mi familia, en especial a mis padres y hermanito Pablo. Me aguantaron todos estos meses de tesis en medio de la pandemia con su apoyo y cariño incondicional. No veo un escenario en que

hubiera podido terminar esta tesis sin ustedes. Los quiero mucho mucho.

Resumen

Utilizamos la inferencia bayesiana para comparar dos modelos cinemáticos explicativos del deslizamiento cosísmico de terremotos en zonas de subducción: (i) Una falla finita en el megathrust entre la placa subductante y superior y (ii) Dos fallas finitas; una superior simulando un deslizamiento inverso en la zona del megathrust y otra inferior con deslizamiento normal localizada en el límite elástico dentro del slab. El caso (i) corresponde al esquema clásico de inversión, que se encuentra justificado por el *backslip model*, pero omite una posible contribución de la interfaz inferior al desplazamiento observado. El problema inverso propuesto para determinar los parámetros de cada modelo es no lineal, pero puede ser linealizado. Construimos un algoritmo que permite determinar la solución óptima y sus incertidumbres tal que ésta maximice la Evidencia Bayesiana. Utilizando este algoritmo para una inversión de datos GPS+InSAR del Gran Terremoto del Maule Mw 8.8 del 2010, encontramos que el modelo de dos interfases, al depender de un mayor número de parámetros, ajusta más precisamente las observaciones que el modelo de una interfaz; sin embargo, esta mejora no es lo suficientemente significativa, lo que implica que el modelo seleccionado por la metodología Bayesiana es el de una interfaz. Nuestro anhelo en esta investigación era darle sustento al modelo de dos interfases, pero no fue el caso. Aun así, pensamos que este nuevo modelo podría tener más éxito incorporando otro tipos de datos (e.g telesísmicos) o modelando la deformación intersísmica. Con respecto al modelo seleccionado de una interfaz (Mw 8.76), este muestra dos parches principales, al norte y sur del epicentro, en línea con investigaciones anteriores. Asimismo, indica altas incertezas en el slip cerca de la fosa, lo cual puede estar relacionado a las limitaciones de nuestro modelamiento, pero también esto puede ser interpretado como un rasgo más realista para los modelos cosísmicos, cuando no existen datos costa afuera. Concluimos que la teoría Bayesiana permite abordar el problema de selección de modelos idóneamente, aunque su viabilidad está supeditada al cálculo de la Evidencia, lo cual se complejiza en cuanto también lo haga la parametrización del modelo.

Abstract

We employ Bayesian Inference tools in order to compare two kinematic models for resolving the coseismic slip of subduction zone earthquakes: (i) A finite fault in the megathrust between the subducting and overriding plates and (ii) Two finite faults; an upper plane simulating inverse slip in the megathrust zone and a lower plane with normal slip, located roughly in the elastic limit within the slab. The case (i) corresponds to the classic inversion scheme, which is justified by the *backslip* model, but omits a possible contribution of a lower interface in the observed displacement. The proposed inverse problem for determining model parameters for each case is nonlinear but can be linearized. We build an algorithm that determines the optimal solution and its uncertainties such that it maximizes the Bayesian Evidence. By using this algorithm in a GPS+InSAR inversion for the Great M_w 8,8 2010 Maule Earthquake, we found that the two-interface model, by depending on a greater number of parameters, fits more precisely the observations than the one interface model, however, this improvement is not significant enough, implying that the selected model by the Bayesian methodology is the simpler, one interface model. Our desire in this research was to support to the two-interface model, but this was not the case. Even so, we believe this novel model could have more success when employing other datasets (e.g teleseismic data) or modelling the interseismic deformation. The selected slip distribution (M_w 8,76) shows two main patches, north and south of the epicenter, in agreement with past results. Furthermore, our solution indicates high slip uncertainties near the trench, which could be linked to the limitations of our modelling, but also could be interpreted as a more realistic feature of coseismic modelling when no offshore data is used. We conclude that Bayes theory allows to tackle in a good extent the model selection problem, although its viability is conditional to the computation of the Evidence, which becomes complex as the model parameterization also does.

Índice general

Resumen	III
Abstract	IV
1. Introducción	1
1.1. Viabilidad del modelo de dos interfases	3
1.1.1. Selección de la Zona de Estudio	5
1.2. Esquema de la Tesis	8
1.3. Hipótesis	9
1.4. Objetivo General	9
1.5. Objetivos Específicos	10
2. Marco Teórico	11
2.1. El ciclo sísmico en zonas de subducción	11
2.1.1. Backslip Model	14
2.1.2. Modelo del Ciclo Sísmico con deformación en dos interfases	15
2.2. Preliminares Teóricos	18
2.2.1. Modelos de Dislocación Elástica: La solución de Okada	19
2.2.2. Momento Sísmico	24
2.3. Descripción de la Formulación Bayesiana	25
2.3.1. El Problema Inverso Bayesiano	26
2.3.2. El Problema de la Selección de Modelos	28
2.4. Caracterización de la Zona de Estudio	31
3. Metodología	35
3.1. Disponibilidad de Datos	35
3.2. Parametrización del Problema Inverso	39
3.2.1. Esquema de Inversión	39
3.2.1.1. Selección de Modelos	46
3.2.2. Caracterización de los modelos competidores	46

3.3. Algoritmo de Inversión	51
3.3.1. GPS o InSAR	51
3.3.2. Inversión GPS+InSAR	52
3.4. Test Sintéticos	52
4. Resultados	56
4.1. Inversión de Datos GPS	56
4.2. Inversión de Datos INSAR	60
4.3. Inversión de Datos GPS+InSAR	64
5. Discusión y Conclusiones	73
Referencias	78
Apéndice	85
S1. Cálculo de la Evidencia	85
S2. Figuras Suplementarias	87

Índice de cuadros

2.3.1.Evaluación Cualitativa de los valores para el Factor de Bayes. Extraída y adaptada desde Kass and Raftery (1995)	30
3.2.1.Resumen de parámetros utilizados para la inversión, definiendo en cual de las hipótesis son empleados y su justificación.	50
4.1.1.Parámetros relevantes de la solución conjunto de datos GPS.	57
4.2.1.Parámetros relevantes de la solución conjunto de datos InSAR.	61
4.3.1.Parámetros relevantes de la solución conjunto de datos GPS+InSAR.	66

Índice de figuras

- 1.1.1. Esquema de la estructura de sismicidad por [Hasegawa et al. \(1978\)](#). Las bandas A,B,C denotan la sismicidad del plano superior con mecanismo inverso. Las bandas D,E muestran la sismicidad del plano inferior, con mecanismo *downdip extension*. Imagen extraída desde [Hasegawa et al. \(1978\)](#). 5
- 1.1.2. Localización de la sismicidad en el Norte de Chile, de acuerdo a ([Bloch et al., 2018](#)). Se observa un mapa de la zona de estudio, en donde los cuadrados y triángulos azules denotan las estaciones sísmicas, y los parches naranjos dan cuenta de las áreas de ruptura estimadas de los Terremotos de Iquique 2014 y Tocopilla 2007. Bajo el mapa, se observa el perfil E-W con la sismicidad. Los eventos denotados por color morado denotan la sismicidad en los planos superiores, con mecanismo dominante inverso, mientras que los eventos verdes denotan la sismicidad en el plano inferior, con mecanismo normal. La sismicidad de color gris denota la sismicidad intraplaca continental, y la de color naranja y café denota la sismicidad bajo el límite de acoplamiento. Estas dos últimas no son del interés de nuestra investigación. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde [Bloch et al. \(2018\)](#). 7
- 2.1.1. Modelo Conceptual de los esfuerzos, deformación y desplazamientos durante el ciclo sísmico en zonas de subducción ([Govers et al., 2018](#)). (a) Fase Intersísmica; (b) Fase Cosísmica; (c) Fase Postsísmica temprana; (d) Fase Postsísmica tardía. Notar como el *locking*, *unlocking* y *relocking* de la zona sismogénica da cuenta de las distintas fases. Además, para la fase cosísmica tanto la litósfera como el manto se comportan elásticamente, lo cual facilita el modelamiento. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde [Govers et al. \(2018\)](#). 14

<p>2.1.2. Esquema del modelo <i>backslip</i>. El cuadro de la izquierda da cuenta de la velocidad de la placa en una escala de tiempo prolongado. El cuadro del medio muestra la solución ficticia del <i>backslip</i>, que explica las velocidades intersísmicas y el cuadro de la derecha muestra el <i>megathrust</i> bloqueado, cuyo desplazamiento cosísmico superpuesto a la solución ficticia da el comportamiento a larga escala. Imagen extraída y adaptada desde (Segall, 2010) y (Savage, 1983).</p> <p>2.1.3. Esquema del modelo de subducción propuesto en Aguirre et al. (2019). El <i>slab</i> subductante es denotado como un cuerpo rígido frágil (color verde), que subduce debido a la acción de la fuerza de <i>slab-pull</i>, desarrollando dos zonas de larga deformación: La interfaz superior con mecanismo inverso y la interfaz inferior con mecanismo normal. El contacto entre el <i>slab</i> y la placa continental, donde la fricción es alta, es denotada como la zona A. La zona B esta dada por la transición frágil-dúctil dentro del <i>slab</i>, y también puede acumular deformación, pero en menor medida en que A. Las zonas C-E denotan la parte del <i>slab</i> que se espera que deslice asísmicamente, y no son relevantes para el estudio de la fase cosísmica. Notamos que cuando solo consideramos la Zona A, este modelo es idéntico a un modelo cosísmico tradicional de una interfaz. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Aguirre et al. (2019).</p> <p>2.2.1. Geometría y Sistema Coordinado de la formulación de Okada (1985). El eje x coincide con la dirección del <i>strike</i> de la falla y el eje y con la proyección horizontal en la dirección <i>downdip</i> del plano de falla con <i>dip</i> δ. El vector de deslizamiento en este esquema se denota como U_k, pero en este trabajo se usa la notación s_k. Notar que la dirección s_3 esta asociada con la dislocación perpendicular al plano de falla, la cual no es abordada en este trabajo. Imagen extraída desde Segall (2010).</p> <p>2.3.1. El principio de parsimonia explicado en términos de la predictividad para dos hipótesis H_1 y H_2. El eje horizontal muestra la amplitud de los conjuntos de datos d_1 y d_2, mientras que el eje vertical muestra la evidencia $p(\mathbf{d} H)$. La teoría más simple H_1 (e.g un modelo lineal) hace predicciones precisas para d_1, mientras que la teoría más compleja H_2 (e.g un polinomio grado 6) ajusta bien conjuntos de datos más amplios d_2. Debido a la normalización de las PDF, el valor de la evidencia favorece mucho la hipótesis H_1 en donde se intersectan d_1 y d_2. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Sambridge et al. (2006) y MacKay and Mac Kay (2003).</p>	<p>15</p> <p>18</p> <p>22</p> <p>30</p>
---	---

2.4.1. Configuración tectónica para el Terremoto del Maule M_w 8,8 del 2010 (Hayes et al., 2013). (a) El mapa muestra los terremotos históricos en la zona de subducción de Sudamérica, desde el Sur de Chile hasta Perú Central. Las áreas de ruptura estimadas de Grandes Terremotos del siglo 20 son denotados con polígonos rojos, mientras que las líneas punteadas dan cuenta del área aproximada de terremotos históricos del siglo 18 y 19. El polígono y estrella amarillos, muestran el área de ruptura y el epicentro del Terremoto del Maule, respectivamente. La flecha negra representa el movimiento de la placa Sudamericana con respecto a la Placa de Nazca. Los mecanismos focales CMT se observan también en el recuadro. (b) Conjunto de estaciones sismológicas IMAD utilizada para estudiar la distribución de réplicas asociada al evento. Las líneas punteadas grises dan cuenta de la geometría del <i>slab</i> . Tanto la Figura como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Hayes et al. (2013).	33
2.4.2. Distribución de <i>slip</i> obtenida en Moreno et al. (2012). Las líneas negras denotan el <i>Thrust Ridge</i> (TR), la Falla de Santa María (SMF), la Falla de Lanalhue (LF), y la Falla de Pichilemu (PF). Los círculos grises son los epicentros de réplicas grandes ($M_w > 6,5$) y la estrella amarilla denota el epicentro del evento principal. Las líneas punteadas grises dan cuenta la profundidad del <i>slab</i> cada $5km$. Tanto la Figura como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Moreno et al. (2012).	34
3.1.1. Distribución espacial de las estaciones GPS consideradas en este trabajo. Los desplazamientos reportados fueron procesados en Moreno et al. (2012) y Vigny et al. (2011). El polígono gris da cuenta del área de de la Falla Finita considerada en nuestro trabajo.	37
3.1.2. Distribución espacial de los 1100 datos <i>line of sight</i> de la órbita descendente obtenidos por Tong et al. (2010). Figura izquierda: Distintos subconjuntos de datos relevantes para la inversión. Las estrellas azules son desplazamientos $LOS > 1,8m$, utilizados para la inversión GPS+InSAR. Los triángulos rojos y las estrellas azules ($LOS > 1,4$) dan cuenta de el subconjunto empleado para la inversión InSAR. El resto de los datos (cuadrados verdes, $LOS < 1,4m$) no son empleados para ninguna de las inversiones.	38
3.2.1. Esquema del Modelamiento Cosísmico: Las Fallas Finitas A y B, de color rojo y verde, tienen mecanismo inverso y normal, respectivamente. El modelo es un semiespacio homogéneo, por tanto la reología de la placa de Nazca y Sudamericana son las mismas.	47

3.4.1. Test de Resolución con datos GPS para la hipótesis H_1 (paneles superiores) y H_2 (paneles inferiores). Los paneles a la izquierda muestran las distribuciones de <i>slip</i> generadoras, las cuales se buscan recuperar. Los paneles a la derecha dan cuenta del modelo recuperado, a partir de la inversión de los datos sintéticos.	53
3.4.2. Test de Resolución con datos InSAR (subconjunto de 521 datos, usado para la inversión solo InSAR). El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 3.4.1).	54
3.4.3. Test de Resolución con datos InSAR (subconjunto de 306 datos, usado para la inversión GPS+InSAR). El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 3.4.1).	55
4.1.1. Distribución de deslizamientos obtenida con datos GPS para ambas hipótesis. Las imágenes muestran las soluciones MAP del <i>posterior</i> (paneles a la izquierda) y los CI al 70 % (paneles a la derecha). Los mapas superiores muestra la solución para la hipótesis de una interfaz H_1 y los inferiores para la de dos interfaces H_2 . La localización del Terremoto esta denotada por la estrella rosada.	58
4.1.2. Desplazamientos GPS observados y modelados, obtenidos mediante una inversión de datos GPS. Panel superior izquierdo: Componente Horizontal Hipótesis H_1 . Panel superior derecho: Componente Horizontal Hipótesis H_2 . Panel inferior izquierdo: Componente Vertical Hipótesis H_1 . Panel inferior derecho: Componente Vertical Hipótesis H_2	59
4.2.1. Variación de la razón entre el logaritmo de las PDFs <i>likelihood</i> y <i>prior</i> en función del número de datos LOS. La línea roja continua con cuadrados representa la hipótesis H_1 y la línea negra punteada con círculos la hipótesis H_2 . El subconjunto de datos LOS seleccionados para la inversión InSAR se indica con las estrellas.	61
4.2.2. Residuales LOS obtenidos para la hipótesis H_1 (izquierda) y H_2 (derecha), mediante la inversión de datos InSAR.	62
4.2.3. Distribución de deslizamientos obtenida con datos InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 4.1.1)	63
4.3.1. Variación del hiperparámetro γ^2 en función del número de datos LOS. La línea roja continua con cuadrados representa la hipótesis H_1 y la línea negra punteada con círculos la hipótesis H_2 . El subconjunto de datos LOS para la inversión GPS+InSAR seleccionados se indica con las estrellas.	67
4.3.2. Distribución de deslizamientos obtenida con datos GPS+InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 4.1.1) e InSAR (Figura 4.2.3).	68

4.3.3.Desplazamientos GPS observados y modelados, a partir de la inversión de datos GPS+InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que en la Figura (4.1.2)	69
4.3.4.Residuales LOS obtenidos para la hipótesis H_1 (izquierda) y H_2 (derecha), mediante la inversión de datos GPS+InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que en la Figura (4.2.2)	70
4.3.5.Solución GPS+InSAR elegida mediante la maximización de la Evidencia, correspondiente a la hipótesis H_1 de una interfaz. Los números rojos corresponden a ciertas subfallas cuyas PDF marginales son presentadas en la Figura 4.3.6.	71
4.3.6.PDF marginales para el deslizamiento de las subfallas enumeradas en la Figura (4.3.5). Las funciones muestran la probabilidad de que el <i>slip</i> tome un valor dado (i.e el estado de información sobre el <i>slip</i> de la subfalla). El punto más alto de la PDF corresponde a la solución MAP, y la zona roja indica los intervalos de credibilidad del 70 %. Omitimos la etiqueta en el eje vertical en las PDF ya que todas están normalizadas.	72
5.0.1.Distribución de deslizamientos (Panel izquierdo) y sus incertidumbres (Panel derecho), con los contornos de <i>slip</i> e incertezas de Moreno et al. (2012) superpuestos. En el panel izquierdo, los contornos café claro, rojo y café oscuro representan contornos de <i>slip</i> de 5, 10 y 15 metros, respectivamente. En el panel izquierdo, los contornos blancos y rojos representan contornos de 1,5 y 2,5 metros, respectivamente.	77
S2.1. Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos GPS, hipótesis H_1	87
S2.2. Minimización de $ABIC(\alpha^2, L_c)$ para el conjunto de datos GPS, hipótesis H_2	87
S2.3. Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos InSAR, hipótesis H_1	88
S2.4. Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos InSAR, hipótesis H_2	88
S2.5. Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos GPS+InSAR, hipótesis H_1	89
S2.6. Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos GPS+InSAR, hipótesis H_2	89
S2.7. Solución para la Inversión <i>Joint</i> considerando, desde izquierda a derecha y de arriba a abajo, 221, 306 (la solución mostrada en los resultados), 400, 521, 631 y 943 datos InSAR.	90

Capítulo 1

Introducción

Con los grandes avances en la sismología digital y la geodesia satelital en la últimas décadas, sumado a la gran cantidad de terremotos *megathrust* ocurridos recientemente (e.g Terremoto Océano Índico M_w 9,1 2004, Maule M_w 8,8 2010, Tohoku M_w 9,1 2011, entre otros (USGS, 2020a)), ha sido posible estudiar las tres fases del ciclo sísmico en distintas partes del mundo a partir de las observaciones disponibles. Los procesos tectónicos asociados al ciclo sísmico ocurren bajo superficie, por lo que no es posible observar *in situ* el fenómeno de ruptura, sino que se relacionan observaciones sismo-geodésicas en superficie a los procesos tectónicos mediante un modelo cinemático o mecánico, el cual se supone que es viable a la luz del nivel de información disponible.

A los problemas que buscan determinar los parámetros de un modelo a partir de datos y suposiciones factibles se les denomina problemas inversos. En geofísica, una gran dificultad que caracteriza este tipo de problemas es que normalmente no existe solución única ya que los conjuntos de datos son ruidosos e incompletos (Benavente et al., 2019), y la credibilidad de la información *a priori* del problema es cuestionable. Esto hace difícil justificar la elección de un modelo por sobre otro y muchas veces la decisión es subjetiva y depende de la experiencia del autor. Una manera de solucionar estas dificultades es implementar metodologías que permitan estimar objetivamente los parámetros del modelo y sus incertezas, compensando entre qué tan bien una

teoría ajusta los datos y la factibilidad de esta. En ese contexto, las herramientas de la Inferencia Bayesiana han sido utilizadas frecuentemente en los últimos años para problemas inversos que modelan las fases cosísmica e intersísmica (Agata (2020); Benavente et al. (2019); Wang et al. (2015); Funning et al. (2014); Fukuda and Johnson (2008); Fukahata et al. (2004)).

Un modelo Bayesiano está basado en el Teorema de Bayes, en el cual el conocimiento disponible de los parámetros que determinan un modelo son actualizados a partir de la información entregada por las observaciones (van de Schoot et al., 2021). Esta información se expresa por medio de funciones de probabilidad (PDFs en inglés): El estado de información final, descrito por la *posterior* PDF, depende de la información que entregan los datos (*likelihood PDF*) y la información disponible con anterioridad (*prior PDF*) (Sivia and Skilling, 2006). La solución de un problema inverso Bayesiano es, entonces, una función de probabilidad caracterizada por estadísticos como la media, varianza e intervalos de credibilidad, pudiendo cuantificar las incertidumbres de la solución de una manera robusta.

Otra virtud de emplear enfoques Bayesianos es que permiten abordar el problema de la selección de Modelos. El principio de parsimonia Bayesiana indica que modelos más simples deben ser preferidos, cuando aquellos complejos no indican una mejora sustancial en el ajuste de las observaciones (Trotta (2008); Sambridge et al. (2006)). En esa línea, es posible cuantificar el sustento que entregan los datos para un modelo sobre otro mediante una cantidad del Teorema de Bayes denominada Evidencia Bayesiana: dado un mismo conjunto de datos, se debe seleccionar el que posea mayor Evidencia. Por otra parte, existen criterios de maximización de Evidencia para determinar los hiperparámetros que controlan las varianzas de las *prior* y *likelihood* PDF (Funning et al. (2014); Yabuki and Matsu'ura (1992)). La desventaja de emplear métodos que recurren al cálculo de la Evidencia es que en solo algunos casos es posible llegar a una solución analítica (o aproximación adecuada).

En esta tesis buscamos comparar la factibilidad de dos hipótesis competidoras para explicar el deslizamiento cosísmico de terremotos en zonas de subducción: la primera

e inmensamente más popular permite ruptura cosísmica en la interfaz superior, precisamente en la zona sismogénica, donde el régimen friccional en el contacto entre placas tectónicas es tal que puede ocurrir movimiento *stick-slip*, originando terremotos de diversa magnitud (Wang and Tréhu, 2016). En esta zona, los mecanismos focales de los sismos son predominantemente de tipo inverso (Bilek and Lay, 2018). La segunda hipótesis, que solo ha sido explorada en tesis de pregrado de la Universidad de Concepción (Vera (2016)) y recientemente en Aguirre et al. (2019), sugiere que si la cinemática de subducción es gobernada por las fuerzas de *slab-pull*¹, en la cual la placa subductante es arrastrada al volverse inestable gravitacionalmente, entonces existen dos zonas de acumulación de deformación: la primera es la zona sismogénica con mecanismo inverso (la misma de la hipótesis anterior), y la segunda está en el límite inferior frágil-dúctil del *slab*, con mecanismo normal.

1.1. Viabilidad del modelo de dos interfases

Aguirre et al. (2019) describe con detalle el modelo de dos interfases y llega a soluciones plausibles para caracterizar la cinemática de la fase cosísmica, intersísmica y postsísmica asociadas al Terremoto del Maule M_w 8,8 2010 e Illapel M_w 8,4 2015. Sin embargo, como se advirtió anteriormente, Que el modelo con mayor número de parámetros ajuste mejor los datos que el modelo más simple no implica necesariamente que ese modelo es el ideal. Entonces, es factible preguntarse, ¿Qué observaciones podrían sustentar el modelo de dos interfases? Mediante la localización de la sismicidad y su segmentación en zonas de subducción, es posible conjeturar sobre el estado de esfuerzos en los alrededores del *slab*. En esa línea, la existencia de la Doble Zona de *Benioff* es compatible, mas no concluyente con el modelo de dos interfases. Hasegawa et al. (1978) fue el primer trabajo que detectó dos bandas planares relativamente demarcadas y separadas con propiedades sismogénicas en el Arco del noreste de Japón (Figura 1.1.1). Estos dos planos son notorios a profundidades mayores a 50 km; en el plano superior la sismicidad tiene un mecanismo compresional mientras que en el plano inferior el mecanismo es extensional. Igarashi et al. (2001) concluye que la sismicidad

¹La traducción de este concepto podría ser “la tracción a la placa subductante”, pero usamos *slab-pull* ya que es el término usado comunmente en la literatura

en la misma zona, tiene una estructura triple planar; los dos planos superiores están separados por muy pocos kilómetros y pueden exhibir mecanismos inversos o normales. El tercer plano, ubicado a 30-40 *km* de la superficie del límite interplaca, muestra mecanismos de *downdip extension*. [Brudzinski et al. \(2007\)](#) muestra la prevalencia de Doble Zonas de *Benioff* en 16 zonas de subducción del planeta, incluida la interacción entre las placas Nazca-Sudamericana, indicando que existen dos zonas planares relativamente demarcadas y separadas con propiedades sismogénicas.

Con respecto a estudios similares en el margen chileno, [Campos et al. \(2002\)](#) estudia la sismicidad durante aproximadamente 3 meses del año 1996 entre Constitución y Concepción, en la cual encuentra mecanismos focales *slab-pull* y *slab-push*, lo cual podría indicar la presencia de una doble Zona de *Benioff*. Según este trabajo, la escasa sismicidad interplaca observada podía considerarse como evidencia de la existencia de la laguna sísmica que rompió el 2010. [Sippl et al. \(2018\)](#) determina la estructura de sismicidad en el Norte de Chile (aproximadamente desde 18°S hasta 25°S) a partir de más de 100 mil hipócentros relocalizados. En la zona donde el *megathrust* está activo, se detectan 3 bandas de sismicidad separadas: Una en la interfaz de las placas, y otras a aproximadamente 7 *km* y 26 *km* de la superficie del *slab*. En [Bloch et al. \(2018\)](#) se caracteriza la segmentación de la sismicidad, estableciendo diferencias en los mecanismos predominantes por zona (Figura 1.1.2), concluyendo que mecanismos inversos ocurren hasta una profundidad aproximada de 50 *km* (círculos morados), donde la sismicidad inversa se detiene abruptamente. Esto marcaría el fin de la zona sismogénica. 20 kilómetros bajo esta zona, se observan mecanismos normales (círculos verdes), cuya causa se atribuye a la flexura en el *outer rise*. Abajo del límite del *downdip*, la sismicidad es predominantemente con mecanismo normal y se asocia a la fuerza de *slab pull* (círculos cafés y naranjos).

Otra observación interesante es que en ciertos casos, terremotos ($M > 7$) quedan mejor descritos por una doble fuente sísmica. Con el fin de caracterizar más satisfactoriamente la fuente sísmica para grandes terremotos en zonas de subducción, [Nealy and Hayes \(2015\)](#) implementan una inversión de fase W considerando una y dos fuentes puntuales, y determinan cual de los dos modelos es más apropiado,

utilizando el criterio AIC (*Akaike Information Criterion*) para selección de modelos, el cual es más simple que calcular la Evidencia (Trotta, 2008). Dobles fuentes fueron encontradas en distintas zonas de subducción, como en Perú, Alaska y Sumatra. Un interesante resultado es el del Terremoto de Samoa de 2009: Este evento queda mejor caracterizado por una doble fuente, tal que ocurrió un primer evento normal M_w 8,2 seguido por la nucleación de un evento inverso 12 segundos después. Hicks and Rietbrock (2015) realizan una inversión de dos fuentes puntuales para un evento reportado con M_w 7,1 en la Araucanía el 2011, y concluyen que un evento inverso M_w 6,8 desencadena un evento normal M_w 6,7 12 segundos después en la placa superior.

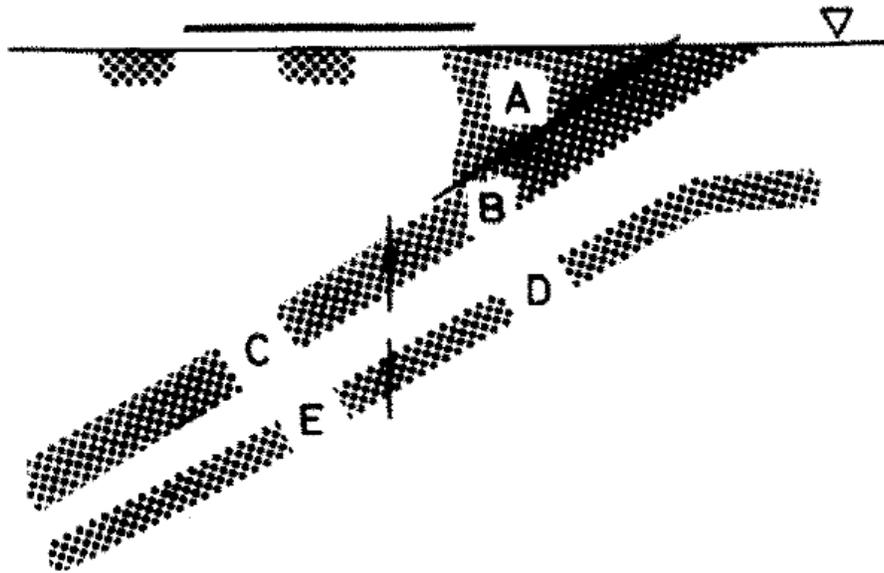


Figura 1.1.1: Esquema de la estructura de sismicidad por Hasegawa et al. (1978). Las bandas A,B,C denotan la sismicidad del plano superior con mecanismo inverso. Las bandas D,E muestran la sismicidad del plano inferior, con mecanismo *downdip extension*. Imagen extraída desde Hasegawa et al. (1978).

1.1.1. Selección de la Zona de Estudio

Las observaciones indicadas no son concluyentes para la hipótesis de dos interfases, pero permiten cimentar la teoría y esbozar una idea de como modelar la fase cosísmica mediante dos dislocaciones con sentido contrario. Así, creemos que merece el esfuerzo

comparar el sustento del modelo tradicional de una interfaz contra un modelo de dos interfaces. Asimismo, pensamos que el enfoque bayesiano es el ideal para abordar este tipo de problema.

Elegimos determinar la distribución de deslizamiento cosísmico asociada al Terremoto del Maule M_w 8,8 del 27 de Febrero de 2010 como caso de estudio para comparar las teorías, ya que la disponibilidad de datos sobre el fenómeno es bastante densa: Desde la década del 90 en adelante, entendiendo que en Chile ocurrían distintos procesos tectónicos, la comunidad geocientífica tanto nacional como internacional aunó recursos para instalar redes instrumentales con el fin de obtener la mayor información posible de la tectónica en el margen chileno. Para el estudio del Centro y Sur de Chile algunos de las redes más relevantes son, en geodesia; el Proyecto South American Geodynamic Activities (SAGA) del GFZ-Potsdam (Klotz et al., 2001), la red del *Institut de Physique du Globe (IPGP)* y la *Ecole Normale Supérieure (ENS)* (Vigny et al., 2011) y en mediciones sismológicas; la *International Maule Aftershock Deployment* (IMAD) proyecto de cooperación de distintas instituciones (Hayes et al. (2013); (Rietbrock et al., 2012)). Por otra parte, distintos autores han llegado a soluciones para el deslizamiento (*slip*, en inglés) cosísmico (Wang et al. (2015); Yue et al. (2014); Moreno et al. (2012); Lorito et al. (2011)), en donde distintos modelamientos y conjuntos de datos llegan a distintas distribuciones de *slip*. Toda esta información disponible facilita la parametrización de nuestro problema y del diseño del esquema de inversión. Finalmente, decidimos utilizar datos geodésicos GPS+InSAR, ya que han sido publicados distintos conjuntos (Moreno et al. (2012); Vigny et al. (2011); Tong et al. (2010)) cubriendo con gran resolución el campo de desplazamientos en el margen chileno. Estos estudios muestran los desplazamientos estáticos y una medida de la incertidumbre de la observación, por lo que no es necesario procesar series de tiempo, facilitando el modelamiento. Utilizar datos telesísmicos complementaría la información entregada por los datos geodésicos, pero (i) invertir formas de onda es de por sí un problema más complejo, fuera del alcance de esta tesis y (ii) la información entregada por cada conjunto de datos sea compatible es algo que no podemos garantizar.

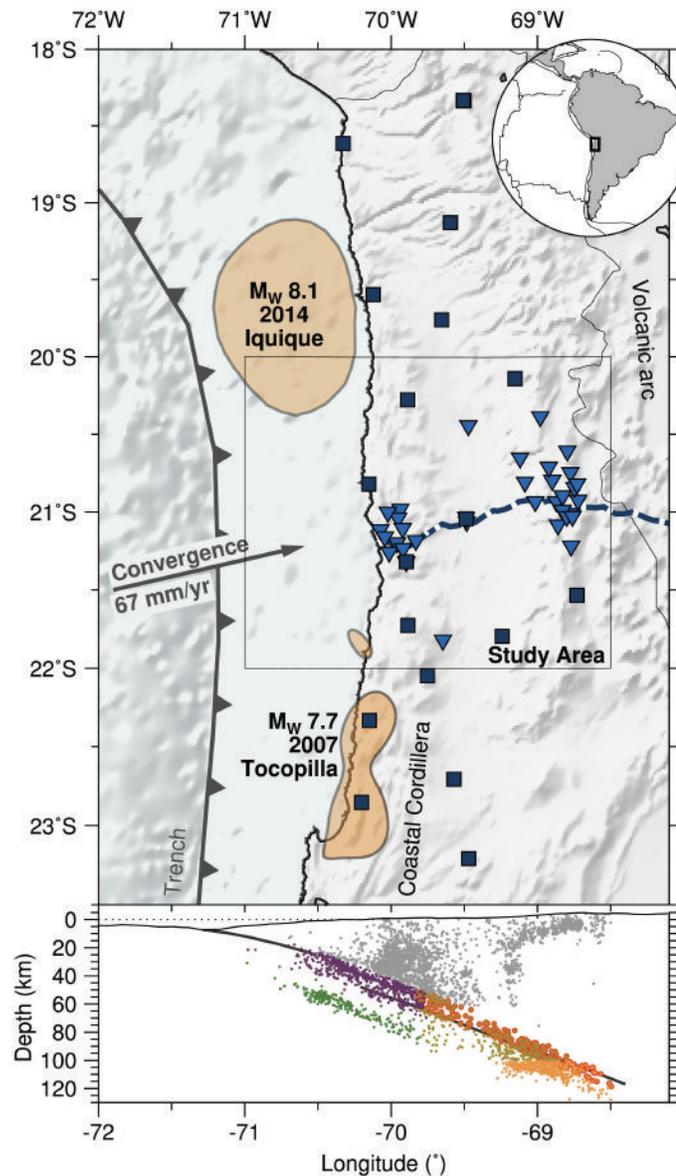


Figura 1.1.2: Localización de la sismicidad en el Norte de Chile, de acuerdo a (Bloch et al., 2018). Se observa un mapa de la zona de estudio, en donde los cuadrados y triángulos azules denotan las estaciones sísmicas, y los parches naranjos dan cuenta de las áreas de ruptura estimadas de los Terremotos de Iquique 2014 y Tocopilla 2007. Bajo el mapa, se observa el perfil E-W con la sismicidad. Los eventos denotados por color morado denotan la sismicidad en los planos superiores, con mecanismo dominante inverso, mientras que los eventos verdes denotan la sismicidad en el plano inferior, con mecanismo normal. La sismicidad de color gris denota la sismicidad intraplaca continental, y la de color naranja y café denota la sismicidad bajo el límite de acoplamiento. Estas dos últimas no son del interés de nuestra investigación. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Bloch et al. (2018).

1.2. Esquema de la Tesis

En esta tesis buscamos comparar las hipótesis para la distribución de deslizamiento cosísmico de una y dos interfases, por medio de las herramientas de la Inferencia Bayesiana. Tomamos como caso de estudio el Terremoto del Maule de 2010 M_w 8,8, generando inversiones de datos geodésicos GPS+InSAR con ambas hipótesis y eligiendo la más consistente con las observaciones, de acuerdo al criterio de maximización de la Evidencia Bayesiana, salvaguardando que sea tectónicamente y físicamente viable.

En el Marco Teórico (Capítulo 2), revisamos la literatura para dar cuenta brevemente de las bases de la teoría del ciclo sísmico en zonas de subducción, y explicar el funcionamiento del modelo cinemático de dos interfases según lo propuesto en [Aguirre et al. \(2019\)](#). Luego, mostramos los fundamentos teóricos necesarios para construir los modelos cosísmicos mediante la solución de [Okada \(1985\)](#), la cual se basa en la teoría de dislocación elástica. Además, damos cuenta del Teorema de Bayes, esbozando como puede ser empleado para resolver problemas inversos y de selección de modelos. Finalmente, revisamos algunas investigaciones previas que determinaron la distribución de deslizamientos del Terremoto del Maule, para orientar las decisiones metodológicas a la hora de parametrizar nuestro problema.

En la Metodología (Capítulo 3) describimos los conjuntos de datos utilizados y determinamos su resolución para resolver el problema, y construimos el Problema Inverso Bayesiano a partir de modelos de falla finita, a partir de investigaciones previas y suposiciones factibles. Utilizamos una función de probabilidad *prior* log-normal, lo que significa que nuestro problema inverso es no lineal, pero puede ser linealizado. El criterio para obtener los hiperparámetros del problema es el de la maximización de la Evidencia. A nuestro conocimiento, este criterio nunca ha sido empleado para problemas no lineales de falla finita.

En los Resultados (Capítulo 4), mostramos los resultados de las inversiones con ambos modelos, comparando la solución en términos del *slip* y sus incertidumbres, el

ajuste de los datos y su evidencia Bayesiana. Tras elegir una hipótesis, discutimos más a fondo las cualidades de esta. Simultáneamente, estamos probando la eficacia de nuestra metodología analizando la viabilidad de las soluciones obtenidas.

En la Discusión y Conclusiones (Capítulo 5), sintetizamos como el problema fue formulado y solucionado, mencionando las virtudes y limitaciones de nuestro enfoque. Comparamos nuestra solución con otra obtenida anteriormente, analizando que factores influyen en las diferencias. Finalmente, a partir de nuestra experiencia, sugerimos como podrían plantearse problemas similares en el futuro.

1.3. Hipótesis

La disponibilidad de datos geodésicos en el margen chileno entre 32°S y 40°S es suficiente para determinar la distribución de deslizamiento cosísmico asociada al Terremoto del Maule M_w 8,8 del 2010 mediante un modelo de dos interfases, cuyo sustento entregado por los datos es superior al del modelo tradicional de una interfaz. Este sustento puede ser cuantificado usando las herramientas de la Inferencia Bayesiana.

1.4. Objetivo General

Implementar un esquema de Inversión Bayesiana de Datos Geodésicos que permita, simultáneamente:

- Determinar la distribución de deslizamiento cosísmico asociada al Terremoto del Maule M_w 8,8 del 2010 mediante dos modelos competidores: El primero con una falla finita en la interfaz superior con mecanismo inverso, y el segundo con dos fallas finitas con mecanismo inverso y normal en la interfaz superior e inferior.
- Seleccionar el modelo más compatible con las observaciones acorde a los principios de la Inferencia Bayesiana.

1.5. Objetivos Específicos

- Parametrizar el deslizamiento cosísmico mediante modelos de falla finita, procurando que su caracterización geométrica intente simular la del *slab* subductante.
- Plantear el esquema de inversión considerando el conocimiento disponible sobre el deslizamiento cosísmico del Terremoto del Maule y modelos de falla finita, e incorporando metodologías sólidas para definir el modelo Bayesiano.
- Interpretar los resultados de los modelos competidores, contrastando sus aciertos y limitaciones.
- Discutir la solución obtenida comparándola con resultados de trabajos anteriores. Comentar en que forma este trabajo aporta novedades para el entendimiento terremoto y el ciclo sísmico, como también para metodologías de inversión y selección de modelos.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. El ciclo sísmico en zonas de subducción

Según [Govers et al. \(2018\)](#), el Ciclo Sísmico es un patrón repetitivo de acumulación y liberación de energía elástica, que consiste en tres períodos característicos: El período intersísmico, cosísmico y postsísmico.

En la fase intersísmica, se acumula durante décadas energía elástica paulatinamente, en la zona del *slab* que, debido a sus condiciones termomecánicas, es frágil. La mayor parte de la energía elástica es acumulada a profundidades menores a 40 *km*, específicamente en el contacto entre la placa subductante y la placa superior, debido al acoplamiento friccional entre placas. A esta zona se le denomina zona sismogénica, y se considera la responsable de los grandes terremotos. En un sistema de referencia relativo al continente fijo, la señal geodésica observable muestra velocidades horizontales en dirección costa adentro que decrecen con la distancia a la fosa hasta desvanecerse. Con respecto a las velocidades verticales, se observa a grandes rasgos una subsidencia cercana a la fosa, y un levantamiento en el área sobre el límite *downdip* de la zona sismogénica ([Segall, 2010](#)).

En la fase cosísmica la energía elástica acumulada en el período intersísmico es liberada en forma de ondas sísmicas y deformación estática permanente en una escala de tiempo de unos pocos segundos, exhibiendo desplazamientos en sentido contrario al del período intersísmico. Para una zona de subducción donde es habitual que ocurran terremotos grandes (i.e $M_w > 7,5$), mientras más tiempo se acumule deformación en el período intersísmico, el terremoto puede ser potencialmente más grande. A las zonas en donde es esperable que ocurren grandes sismos, pero se muestran carentes de estos durante un intervalo de tiempo de décadas o siglos, se les denomina lagunas sísmicas (Campos et al., 2002), e identificarlas es importante pues permite develar el potencial sísmico de una zona y preparar a la comunidad ante estos eventos y mitigar los daños. Una situación ideal sería poder determinar la cantidad de energía acumulada en una zona y el límite que puede soportar antes de la ruptura cosísmica, pero en la práctica esto es inviable ya que dichos parámetros varían espaciotemporalmente. En efecto, existe evidencia geológica y geodésica de zonas donde han ocurrido grandes terremotos que ahora exhiben *creeping* asísmico (Govers et al., 2018), o lagunas sísmicas que no han sido completamente cerradas tras solo un evento sísmico (Schurr et al., 2014).

La fase postsísmica da cuenta de los procesos de deformación transiente después un gran terremoto. Uno de los procesos predominantes es el *afterslip*, asociada al deslizamiento asísmico o sísmico de la zona condicionalmente estable aledaña al *megathrust* (Scholz, 2019). La señal geodésica del *afterslip* solo puede ser observada durante unos cuantos meses después del evento en las cercanías al área de ruptura, y el desplazamiento tiende a ser en la misma dirección que la del terremoto que la genera (Govers et al., 2018). Otro fenómeno asociado a la fase postsísmica es la relajación de la litósfera profunda y astenósfera, la cual se asocia a las propiedades viscoelásticas de estas zonas, donde los esfuerzos dependerían de la viscosidad (Scholz, 2019). A diferencia del *afterslip*, este fenómeno se observa en el campo lejano muchos años después del terremoto que la genera; para el Gran Terremoto M_w de Valdivia de 1960, se observan desplazamiento hacía la fosa 30 – 40 años después del evento en estaciones ubicadas en Argentina, bastante lejos de la fosa (Klotz et al. (2001); Moreno et al. (2008)). En la medida que la señal postsísmica comienza a desaparecer,

ocurre un reacoplamiento progresivo del *megathrust* y el ciclo sísmico vuelve a estar dominado por la señal intersísmica.

La Figura (2.1.1) esquematiza las distintas fases del ciclo sísmico en zonas de subducción. Este esquema permite entender a grandes rasgos los distintos procesos del ciclo sísmico y es consistente con las observaciones disponibles, pero solo permite liberación de energía sísmica en la interfaz entre la placa superior y subductante. Este paradigma es empleado muy frecuentemente en estudios del ciclo sísmico en zonas de subducción, y está amparado por el modelo *Backslip* de Savage (1983). Sin embargo, en este trabajo se desea explorar la idea de permitir acumulación de deformación también en la interfaz inferior en el límite elástico del *slab*, como se sugiere en Aguirre et al. (2019), y buscar si existe evidencia en observaciones geodésicas que respalden esta hipótesis.

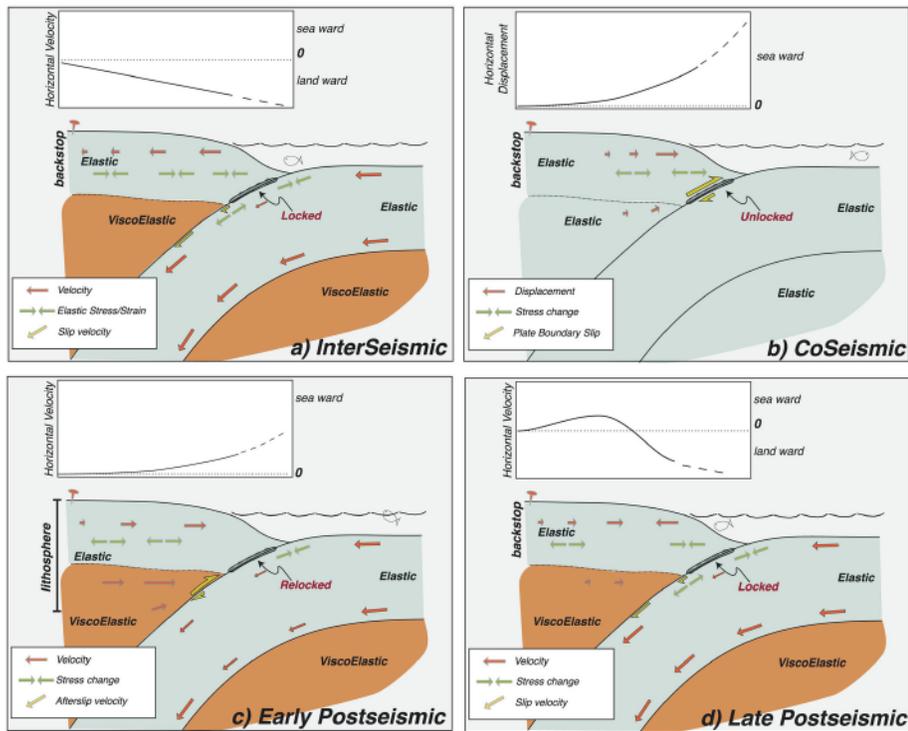


Figura 2.1.1: Modelo Conceptual de los esfuerzos, deformación y desplazamientos durante el ciclo sísmico en zonas de subducción (Govers et al., 2018). (a) Fase Intersísmica; (b) Fase Cosísmica; (c) Fase Postsísmica temprana; (d) Fase Postsísmica tardía. Notar como el *locking*, *unlocking* y *relocking* de la zona sismogénica da cuenta de las distintas fases. Además, para la fase cosísmica tanto la litósfera como el manto se comportan elásticamente, lo cual facilita el modelamiento. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Govers et al. (2018).

2.1.1. Backslip Model

(Savage, 1983) propuso un modelo de dislocación elástica para explicar la deformación en zonas de subducción: De la premisa que no existe acumulación de deformación a largo plazo en el ciclo sísmico, entonces la subducción tendría un comportamiento *steady-state*, esto es, todo el *slab* subduce como un conjunto sin carga y descarga sísmica. Si se superpone al comportamiento *steady-state* una solución *backslip* ficticia, en donde existe en la zona sismogénica un fallamiento normal con un *slip-rate* dado, ocurre acumulación de deformación en la zona sismogénica y deslizamiento asísmico al *downdip* de esta. Hay que notar que la superposición es solo posible si la solución

steady-state y *backslip* son ambas lineales. Hay que notar que la premisa de que no hay deformación neta tras un ciclo es una aproximación de primer orden, pues se ha observado deformación en el prisma de acreción y levantamiento del fondo marino en distintos márgenes de subducción (Segall, 2010).

La figura (2.1.2) esquematiza el modelo *backslip* así como los patrones de deformación asociadas a sus componentes. Del esquema se observa claramente que el modelo *backslip* permite acumulación de liberación de energía solo en la zona sismogénica, y es cuantificada imponiendo una falla normal, ficticia, en el *megathrust*. Pensamos que si bien el modelo *backslip* permite reproducir las observaciones en superficie, el hecho de recurrir a una solución ficticia es una simplificación que puede estar ocultando algún proceso tectónico y es pertinente explorar otros modelamientos.

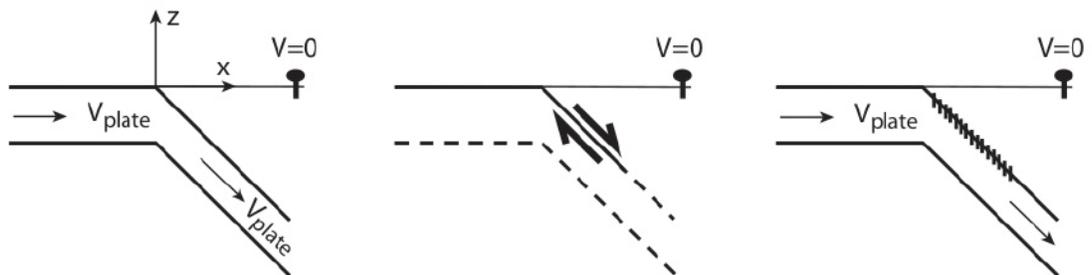


Figura 2.1.2: Esquema del modelo *backslip*. El cuadro de la izquierda da cuenta de la velocidad de la placa en una escala de tiempo prolongado. El cuadro del medio muestra la solución ficticia del *backslip*, que explica las velocidades intersísmicas y el cuadro de la derecha muestra el *megathrust* bloqueado, cuyo desplazamiento cosísmico superpuesto a la solución ficticia da el comportamiento a larga escala. Imagen extraída y adaptada desde (Segall, 2010) y (Savage, 1983).

2.1.2. Modelo del Ciclo Sísmico con deformación en dos interfases

Gracias a las observaciones sismológicas y geodésicas, y teniendo en cuenta los mecanismos focales de las réplicas, es evidente que el fallamiento de terremotos *megathrust* tiene un mecanismo inverso predominante. Sin embargo, en esta investigación se quiere analizar la viabilidad de un modelo diferente, que permita deslizamiento cosísmico en una interfaz inferior, ubicada aproximadamente en el límite

elástico del slab. Esta tesis no es la primera en proponer este modelo, sino que existen trabajos anteriores realizados por estudiantes de la Universidad de Concepción que han permitido cimentar esta hipótesis. El más novedoso de estos es el de (Aguirre et al., 2019), en donde se aplica este modelo para describir el período intersísmico, cosísmico y postsísmico asociado a los Terremotos del Maule M_w 8,8 2010 e Illapel M_w 8,4 2015.

El modelo señala que si el proceso de subducción está dominado por la fuerza de *slab pull*, y que la zona elástica del slab se comporta como cuerpo rígido, entonces existen dos grandes zonas de acumulación de deformación: La zona o interfaz superior, en la superficie de contacto entre la placa subductante y la placa superior, y la zona o interfaz inferior, localizada en el límite inferior elástico dentro del *slab* (Aguirre et al., 2019). Un esquema del modelo se muestra en la Figura (2.1.3): El slab subductante es dividido en cinco superficies planas modeladas por dislocaciones elásticas (planos A-B-C-D-E). Los planos A y B modelan la parte sismogénica del *slab*, capaz de acumular deformación en cualquiera de las fases del ciclo sísmico, mientras que los planos C,D y E modelan la parte que no acumula deformación y desliza asísmicamente. Bajo esas condiciones, se explica la fase cosísmica de la siguiente manera: La dislocación en el plano A posee una orientación inversa y la del plano B orientación normal. Los planos C,D no exhiben deslizamiento cosísmico ya que el límite inferior de los planos A y B define la extensión *downdip* de la ruptura. Asimismo, el Plano E es también despreciable para este período ya que no se espera que la ruptura cosísmica abarque más allá de la fosa.

En la fase intersísmica, se considera que el proceso está dominado por *creeping* asísmico en los planos C,D y E, tal que el *slip-rate* sea igual a la velocidad de convergencia de las placas. Los planos A y B deberían ser arrastrados por la fuerza *slab pull*, pero el régimen friccional, especialmente del plano A, no lo permiten del todo, por lo que en estas zonas el *slip-rate* no es igual a la velocidad de convergencia de las placas. Sabiendo que las velocidades en superficie para la fase intersísmica son constantes, el plano A debe estar más quieto que el plano B, indicando acumulación de deformación (i.e el *locking*). Finalmente, para la fase postsísmica, suponiendo

que existe una transferencia de esfuerzos desde la zona sismogénica hacia las zonas aledañas, también puede modelarse este proceso suponiendo afterslip en los planos A y B. Para los tres procesos el *slip* o *slip rate* en los planos A y B es obtenida mediante una inversión de falla finita de datos geodésicos, específicamente para los Terremotos del Maule 2010 M_w 8,8 e Illapel 2015 M_w 8,5, llegando a resultados consistentes con las observaciones. Según [Aguirre et al. \(2019\)](#), este modelo permitiría entender la cinemática de subducción de una manera integrada, teniendo en cuenta los procesos de carga y descarga en zonas de subducción con dos interfases interactuantes que podrían provocar movimiento entre ellas. Asimismo, este modelo funciona sin recurrir a soluciones ficticias como el modelo *backslip* de [Savage \(1983\)](#).

El modelo de una interfaz puede entenderse como un caso específico del modelo dos interfases. Para la fase cosísmica, el cual buscamos modelar en esta tesis, podemos notar que definir solo el plano de falla superior como la zona sismogénica, es equivalente a considerar solo el plano A en la Figura (2.1.3). Ahora bien, sabemos que la mayor cantidad de energía liberada cosísmicamente en terremotos *megathrust* de zonas de subducción proviene de eventos con mecanismo inverso ([Bilek and Lay, 2018](#)). Entonces, la contribución de la interfaz superior es dominante y que exista resolución suficiente para develar estructuras relevantes en la interfaz inferior es una pregunta a responder en nuestra investigación, lo cual es abordado planteando un problema de selección de modelos para escoger el óptimo a la luz de las observaciones.

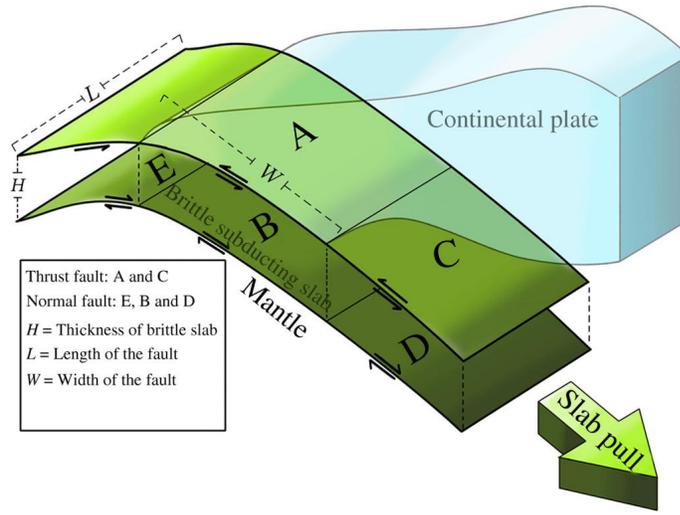


Figura 2.1.3: Esquema del modelo de subducción propuesto en [Aguirre et al. \(2019\)](#). El *slab* subductante es denotado como un cuerpo rígido frágil (color verde), que subduce debido a la acción de la fuerza de *slab-pull*, desarrollando dos zonas de larga deformación: La interfaz superior con mecanismo inverso y la interfaz inferior con mecanismo normal. El contacto entre el *slab* y la placa continental, donde la fricción es alta, es denotada como la zona A. La zona B esta dada por la transición frágil-dúctil dentro del *slab*, y también puede acumular deformación, pero en menor medida en que A. Las zonas C-E denotan la parte del *slab* que se espera que deslice asísmicamente, y no son relevantes para el estudio de la fase cosísmica. Notamos que cuando solo consideramos la Zona A, este modelo es idéntico a un modelo cosísmico tradicional de una interfaz. Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde [Aguirre et al. \(2019\)](#).

2.2. Preliminares Teóricos

Con el fin de describir la cinemática de la fase cosísmica mediante dos hipótesis distintas, en esta sección explicitamos los fundamentos físicos y matemáticos que permiten construir estos modelos.

Aplicando las leyes de conservación de momento sobre un medio continuo, en el cual actúan fuerzas de cuerpo asociadas a \mathbf{f} y fuerzas de superficie asociadas al tensor de esfuerzos $\boldsymbol{\sigma}$, se llega a la siguiente ecuación de movimiento ([Aki and Richards, 2002](#)).

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (2.2.1)$$

Además, si el medio en cuestión es linealmente elástico, existe una relación constitutiva entre el tensor de esfuerzos σ_{ij} y el tensor de deformación ϵ_{ij} :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (2.2.2)$$

La ecuación (2.2.2) dice que el tensor de esfuerzos puede ser escrito como una combinación lineal del tensor de deformación con 81 constantes c_{ijkl} . El número de constantes puede reducirse de 81 a 2 si se asume que los tensores de deformación y esfuerzo son simétricos, y considerando un medio isotrópico. De esta manera la ecuación (2.2.2) se transforma en:

$$c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (2.2.3)$$

Donde las incógnitas son los parámetros de Lamé λ y μ . Las ecuaciones (2.2.1), (2.2.2) y (2.2.3) son fundamentales en sismología y sus derivaciones aparecen en [Aki and Richards \(2002\)](#). Sustituyendo la ecuación (2.2.3) en (2.2.2) se llega a la relación:

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\epsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (2.2.4)$$

La ecuación (2.2.4) es la relación entre esfuerzo y deformación que se asume en esta tesis.

2.2.1. Modelos de Dislocación Elástica: La solución de Okada

Se busca caracterizar el desplazamiento en un punto arbitrario, debido a una fuente sísmica. Una forma de modelar este problema es mediante una dislocación elástica. Esta dislocación puede entenderse como una superficie en la cual se impone una discontinuidad en el desplazamiento ([Segall, 2010](#)). Para un estado estático, la ecuación (2.2.1) es homogénea (no hay dependencia del tiempo). Usando los teoremas de reciprocidad, que permiten relacionar la deformación entre la fuente y un punto arbitrario ([Aki and Richards, 2002](#)), y además considerando un semiespacio homogéneo, es posible escribir el desplazamiento en \mathbf{x} debido a una dislocación en

una superficie arbitraria Σ con vector de deslizamiento $s_i(\boldsymbol{\xi})$

$$u_k(\mathbf{x}) = \int_{\Sigma} s_i(\boldsymbol{\xi}) \mu \left(\frac{\partial G_k^i}{\partial \xi_j} + \frac{\partial G_k^j}{\partial \xi_i} + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial G_k^m}{\partial \xi_m} \right) n_j d\Sigma(\boldsymbol{\xi}) \quad (2.2.5)$$

Esta ecuación permite obtener el campo de desplazamientos \mathbf{u} debido a una dislocación elástica con un vector de deslizamiento $s_i(\boldsymbol{\xi})$ integrando las (derivadas de las) Funciones de Green $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ sobre la superficie Σ . Una Función de Green $G_k^i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ se puede entender como un impulso unitario en un punto $\boldsymbol{\xi}$ de la superficie en la dirección i que genera un desplazamiento en otro punto \mathbf{x} en la dirección k . Para el caso de interés de este trabajo, se busca describir el desplazamiento \mathbf{u} debido a la ruptura cosísmica a nivel de superficie, pues es ahí donde hay observaciones disponibles. Debido a la arbitrariedad de la superficie de falla y el vector de deslizamiento en (2.2.5), no es posible obtener sencillamente una solución empleando esta ecuación de la manera en que se presenta. En Okada (1985) se obtiene una solución analítica para el desplazamiento en un semiespacio homogéneo debido a una falla rectangular de *dip* δ y profundidad d , largo L a lo largo del *strike* de la falla y ancho W en la dirección *down-dip*. El deslizamiento es considerado uniforme a lo largo de la falla, por lo que $s_i(\boldsymbol{\xi}) = s_i$. La geometría de esta formulación puede observarse en la Figura (2.2.1). Si se considera que las coordenadas de un punto de la falla son (ξ, η) , entonces al integrar una fuente puntual para todo el dominio rectangular se obtienen los desplazamientos. Empleando la notación de Chinnery:

$$f(\xi, \eta) \parallel = f(x, p) - f(x, p - W), -f(x - L, p) + f(x - L, p - W) \quad (2.2.6)$$

Donde $p = y \cos \delta + d \sin \delta$, los desplazamientos debido a la componente *strike-slip* están dados por:

$$u_x^{ss}(\xi, \eta) = -\frac{s_1}{2\pi} \left[\frac{\xi q}{R(R + \eta)} + \tan^{-1} \left(\frac{\xi \eta}{qR} \right) + I_1 \sin \delta \right] \parallel \quad (2.2.7)$$

$$u_y^{ss}(\xi, \eta) = -\frac{s_1}{2\pi} \left[\frac{\hat{y}q}{R(R + \eta)} + \frac{q \cos \delta}{R + \eta} + I_2 \sin \delta \right] \parallel \quad (2.2.8)$$

$$u_z^{ss}(\xi, \eta) = -\frac{s_1}{2\pi} \left[\frac{\hat{d}q}{R(R + \eta)} + \frac{q \sin \delta}{R + \eta} + I_4 \sin \delta \right] \parallel \quad (2.2.9)$$

Y debido a la componente *dip-slip*:

$$u_x^{ds}(\xi, \eta) = -\frac{s_2}{2\pi} \left[\frac{q}{R} - I_3 \sin \delta \cos \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.10)$$

$$u_y^{ds}(\xi, \eta) = -\frac{s_2}{2\pi} \left[\frac{\hat{y}q}{R(R+\xi)} + \cos \delta \tan^{-1} \left(\frac{\xi\eta}{qR} \right) - I_1 \sin \delta \cos \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.11)$$

$$u_z^{ds}(\xi, \eta) = -\frac{s_2}{2\pi} \left[\frac{\hat{d}q}{R(R+\xi)} + \sin \delta \tan^{-1} \left(\frac{\xi\eta}{qR} \right) - I_5 \sin \delta \cos \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.12)$$

Los desplazamientos debido a la componente *tensile* s_3 son despreciados en este trabajo, por lo que la dislocación se asume completamente cortante. Asimismo, si se considera un Sólido de *Poisson*, se tiene que:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} \left[\frac{-\xi}{\cos \delta (R + \hat{d})} \right] - \frac{\sin \delta}{\cos \delta} I_5 \\ I_2 &= \frac{1}{2} [-\ln(R + \eta)] - I_3 \\ I_3 &= \frac{1}{2} \left[\frac{-\hat{y}}{\cos \delta (R + \hat{d})} - \ln(R + \eta) \right] + \frac{\sin \delta}{\cos \delta} I_4 \\ I_4 &= \frac{1}{2 \cos \delta} [\ln(R + \hat{d}) - \sin \delta \ln(R + \eta)] \\ I_5 &= \frac{1}{\cos \delta} \tan^{-1} \left[\frac{\eta(X + q \cos \delta) + X(R + X) \sin \delta}{\xi(R + X) \cos \delta} \right] \\ q &= y \sin \delta - d \cos \delta \\ r^2 &= x^2 + y^2 + d^2 \\ \hat{y} &= \eta \cos \delta + q \sin \delta \\ \hat{d} &= \eta \sin \delta - q \cos \delta \\ R^2 &= \xi^2 + \eta^2 + q^2 \\ X^2 &= \xi^2 + q^2 \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

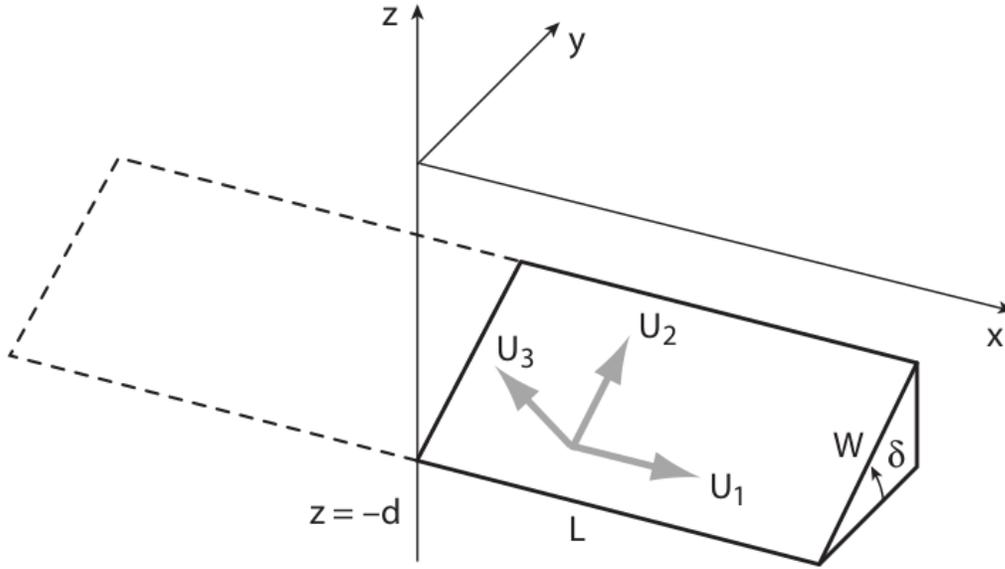


Figura 2.2.1: Geometría y Sistema Coordenado de la formulación de Okada (1985). El eje x coincide con la dirección del *strike* de la falla y el eje y con la proyección horizontal en la dirección *downdip* del plano de falla con *dip* δ . El vector de deslizamiento en este esquema se denota como U_k , pero en este trabajo se usa la notación s_k . Notar que la dirección s_3 esta asociada con la dislocación perpendicular al plano de falla, la cual no es abordada en este trabajo. Imagen extraída desde Segall (2010).

Donde además, $\mathbf{s} = s_1 \hat{\xi} + s_2 \hat{\eta}$ es el vector de deslizamientos con $\hat{\xi}$ la dirección de la falla a lo largo del *strike* y $\hat{\eta}$ la dirección de la falla a lo largo del *dip*. Finalmente el vector \mathbf{s} puede escribirse como función del *rake* λ , tal que:

$$\begin{aligned} s_1 &= s \cos \lambda \\ s_2 &= s \sin \lambda \end{aligned} \quad (2.2.14)$$

Y al introducirse las ecuaciones (2.2.14) en las ecuaciones (2.2.7)-(2.2.12), se obtienen

las siguientes expresiones:

$$u_x^{ss}(\xi, \eta) = -\frac{s \cos \lambda}{2\pi} \left[\frac{\xi q}{R(R+\eta)} + \tan^{-1} \frac{\xi \eta}{qR} + I_1 \sin \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.15)$$

$$u_y^{ss}(\xi, \eta) = -\frac{s \cos \lambda}{2\pi} \left[\frac{\hat{y}q}{R(R+\eta)} + \frac{q \cos \delta}{R+\eta} + I_2 \sin \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.16)$$

$$u_z^{ss}(\xi, \eta) = -\frac{s \cos \lambda}{2\pi} \left[\frac{\hat{d}q}{R(R+\eta)} + \frac{q \sin \delta}{R+\eta} + I_4 \sin \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.17)$$

$$u_x^{ds}(\xi, \eta) = -\frac{s \sin \lambda}{2\pi} \left[\frac{q}{R} - I_3 \sin \delta \cos \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.18)$$

$$u_y^{ds}(\xi, \eta) = -\frac{s \sin \lambda}{2\pi} \left[\frac{\hat{y}q}{R(R+\xi)} + \cos \delta \tan^{-1} \frac{\xi \eta}{qR} - I_1 \sin \delta \cos \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.19)$$

$$u_z^{ds}(\xi, \eta) = -\frac{s \sin \lambda}{2\pi} \left[\frac{\hat{d}q}{R(R+\xi)} + \sin \delta \tan^{-1} \frac{\xi \eta}{qR} - I_5 \sin \delta \cos \delta \right] \left\| \right\| \quad (2.2.20)$$

Si todos los parámetros salvo s en las ecuaciones (2.2.15)-(2.2.20) se asumen conocidos, entonces existe una relación lineal entre el desplazamiento y el *slip* s mediante una constante de proporcionalidad G_x^{ss} , que agrupa el resto de los otros términos. Resolviendo para (2.2.15):

$$\begin{aligned} u_x^{ss} &= s \cdot \frac{-\cos \lambda}{2\pi} \left[\frac{\xi q}{R(R+\eta)} + \tan^{-1} \frac{\xi \eta}{qR} + I_1 \sin \delta \right] \left\| \right\| \\ u_x^{ss} &= s \cdot G_x^{ss} \left\| \right\| \end{aligned} \quad (2.2.21)$$

Y generalizando para las demás ecuaciones de desplazamiento, es posible escribir una expresión que relaciona el deslizamiento de la falla en el sentido *strike-slip* y *dip-slip*, la Función de Green \mathbf{G} y el desplazamiento.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{ss} &= [G_x^{ss} s_1 \hat{\mathbf{x}} + G_y^{ss} s_1 \hat{\mathbf{y}} + G_z^{ss} s_1 \hat{\mathbf{z}}] \left\| \right\| = \mathbf{G}^{ss} \cdot (\mathbf{s} \cdot \hat{\boldsymbol{\xi}}) \hat{\boldsymbol{\xi}} \\ \mathbf{u}^{ds} &= [G_x^{ds} s_2 \hat{\mathbf{x}} + G_y^{ds} s_2 \hat{\mathbf{y}} + G_z^{ds} s_2 \hat{\mathbf{z}}] \left\| \right\| = \mathbf{G}^{ds} \cdot (\mathbf{s} \cdot \hat{\boldsymbol{\eta}}) \hat{\boldsymbol{\eta}} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}^{ss} + \mathbf{u}^{ds} = (\mathbf{G}^{ds} + \mathbf{G}^{ss}) \mathbf{s} \end{aligned} \quad (2.2.22)$$

Donde se omite la notación de Chinnery $\left\| \right\|$ en la tercera igualdad de las ecuaciones

para las Funciones de Green y se seguirá haciendo el resto de este trabajo. Finalmente, dado que queremos describir el desplazamiento en las direcciones Este-Norte-Up¹, es conveniente rotar el sistema XYZ definido para el problema con respecto al *strike* ϕ :

$$u_e = u_x \sin \phi - u_y \cos \phi \quad (2.2.23)$$

$$u_n = u_x \cos \phi + u_y \sin \phi \quad (2.2.24)$$

$$u_z = u_z \quad (2.2.25)$$

Reemplazando la ecuación (2.2.22) en (2.2.23), (2.2.24) y (2.2.25), es posible obtener la siguiente expresión para los desplazamientos este-oeste, norte-sur y vertical, que condensa las Funciones de Green *strike-slip* y *dip-slip*:

$$u_e = [(G_x^{ss} + G_x^{ds}) \sin \phi - (G_y^{ss} + G_y^{ds}) \cos \phi] \cdot \mathbf{s} = G_e \cdot \mathbf{s} \quad (2.2.26)$$

$$u_n = [(G_x^{ss} + G_x^{ds}) \cos \phi - (G_y^{ss} + G_y^{ds}) \sin \phi] \cdot \mathbf{s} = G_n \cdot \mathbf{s} \quad (2.2.27)$$

$$u_z = (G_z^{ss} + G_z^{ds}) \cdot \mathbf{s} = G_z \cdot \mathbf{s} \quad (2.2.28)$$

$$\mathbf{u} = (G_e + G_n + G_z) \cdot \mathbf{s} = \mathbf{G}\mathbf{s} \quad (2.2.29)$$

De la ecuación (2.2.29) es importante notar que existe una relación lineal entre la Funcion de Green y el deslizamiento ($\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}$). Esto resulta muy útil para facilitar el proceso de inversión.

2.2.2. Momento Sísmico

El Momento Sísmico es, según [Aki and Richards \(2002\)](#), el parámetro más importante para calcular el tamaño de un terremoto causado por fallamiento. Está dado por:

$$M_0 = \mu \bar{s} A \quad (2.2.30)$$

Donde μ es el *shear modulus* o segundo parámetro de Lamé, \bar{s} es el *slip* medio y A es el área de ruptura. El momento sísmico tiene dimensiones de torque o trabajo. ([Kanamori, 1977](#)) introdujo la escala sismológica de magnitud de momento, que

¹Este el caso de los datos GPS, para los datos InSAR se posee el desplazamiento Line of Sight y el vector unitario de mirada del satélite al punto de observación $\mathbf{r} = r_e \hat{\mathbf{e}} + r_n \hat{\mathbf{n}} + r_z \hat{\mathbf{z}}$, tal que $u_{los} = r_e G_e + r_n G_n + r_z G_z$

permite cuantificar la magnitud de un terremoto a partir del momento sísmico liberado:

$$M_w = \frac{2}{3} (\log_{10} M_0 - 9,1) \quad (2.2.31)$$

En donde M_0 tiene unidades de medida de $N \cdot m$.

2.3. Descripción de la Formulación Bayesiana

La ecuación (2.2.29) permite representar el campo de desplazamientos en superficie debido a una dislocación rectangular a través de la Función de Green. Para un proceso de subducción que abarque grandes áreas del margen chileno, caracterizar la deformación mediante solo una falla no sería realista, por lo que dividimos la zona de interés en subzonas asociadas a subfallas rectangulares. A este tipo de parametrización se le denomina modelo de falla finita. Cada subfalla tiene su caracterización geométrica definida, y su contribución al desplazamiento en un punto arbitrario (e.g una estación GPS) es la simple superposición de los efectos de cada subfalla por separado, ya que la ecuación (2.2.29) es lineal. El campo de desplazamientos dado por este modelamiento depende del *slip*, *dip*, *rake*, dimensión y parámetros elásticos para cada subfalla, por ende existen infinitas soluciones que pueden ser construidas. Con el fin de reducir el número de potenciales parametrizaciones, se pueden exigir las siguientes condiciones (Olson and Apsel, 1982): Que la parametrización sea consistente con los datos, físicamente razonable y dado que existen diferentes soluciones que explican igual de bien las observaciones, elegir la solución que sea plausible dada la información *a priori* disponible para el problema. Estas condiciones pueden ser cumplidas dentro de la solución de un problema inverso, específicamente una inversión de falla finita (FFI por sus siglas en inglés). En este trabajo utilizamos un modelo bayesiano para resolver el problema inverso, cuyas bases son explicadas a continuación.

2.3.1. El Problema Inverso Bayesiano

El Teorema de Bayes relaciona las probabilidades de ocurrencia de dos variables aleatorias A y B de la siguiente manera (Sivia and Skilling, 2006):

$$P(A|B, H) = \frac{P(B|A, H)P(A|H)}{P(B|H)} \quad (2.3.1)$$

Donde el símbolo $|$ denota probabilidad condicional, H es la información previa disponible acerca del evento y $P(\cdot)$ indica probabilidad, pero sin pérdida de generalidad podemos asumir que indica función de densidad probabilidad (PDF en inglés, de ahora en adelante), esto es, el caso para variables aleatorias continuas. Ahora bien, si se piensa que la variable A es un conjunto de parámetros que explica el fenómeno de la distribución de deslizamiento en una zona de subducción denotada por el vector de parámetros \mathbf{m} , B representa las observaciones \mathbf{d} asociadas al fenómeno, y H son hipótesis que cimentan la parametrización \mathbf{m} , el Teorema de Bayes (2.3.1) puede reescribirse como:

$$P(\mathbf{m}|\mathbf{d}, H) = \frac{P(\mathbf{d}|\mathbf{m}, H)P(\mathbf{m}|H)}{P(\mathbf{d}|H)} \quad (2.3.2)$$

Que el problema inverso esté formulado a partir de PDFs no quiere decir que se esté denotando a los parámetros del modelo \mathbf{m} o al conjunto de datos \mathbf{d} como variables aleatorias, sino que se está representando el estado de información sobre datos y parámetros por medio de funciones de probabilidad (Sambridge et al., 2006). La ecuación (2.3.2) indica que el estado de información final que se tiene de cierta parametrización dado un conjunto de datos (*posterior* PDF: $P(\mathbf{m}|\mathbf{d}, H)$) es proporcional al producto entre la verosimilitud de que los datos puedan ser explicados por dicha parametrización (*likelihood* PDF: $P(\mathbf{d}|\mathbf{m}, H)$) y la información del valor de verdad de la hipótesis previo al análisis (*prior* PDF: $P(\mathbf{m}|H)$) (Sivia and Skilling, 2006). Dicho producto es dividido por la Evidencia o *marginal likelihood* $P(\mathbf{d}|H)$, la cual actúa como constante de normalización para el *posterior* (Sivia and Skilling, 2006). Por tanto, en palabras el Teorema de Bayes es:

$$\text{posterior} = \frac{\text{likelihood} \times \text{prior}}{\text{evidencia}} \quad (2.3.3)$$

Mencionamos que la Evidencia es una constante de normalización para el *posterior*. Matemáticamente esto es:

$$p(\mathbf{d}|H) = \int p(\mathbf{d}|\mathbf{m}, H)p(\mathbf{m}, H)d\mathbf{m} \quad (2.3.4)$$

La Evidencia es un término que puede ser difícil de calcular, pero es una herramienta muy útil para abordar el problema de selección de modelos (Sambridge et al., 2006), el cual es de interés de esta tesis ya que uno de los objetivos es comparar dos modelos cosísmicos competidores. Además, el criterio de maximización de Evidencia (que es equivalente a la minimización del ABIC (*Akaike Bayesian Information Criterion*)) es utilizado para determinar los hiperparámetros que controlan la información entregada por las PDF *prior* y *likelihood*. (Agata (2020); Funning et al. (2014); Fukuda and Johnson (2008); Fukahata and Wright (2008); Fukahata et al. (2004); Yabuki and Matsu'ura (1992)).

Una condición *a priori* razonable para una FFI es imponer positividad en el deslizamiento, de manera que todas las subfallas deslicen en el mismo sentido según el mecanismo de falla correspondiente. En un modelamiento bayesiano, si se emplea un *prior* gaussiano, esto implica truncar esta PDF, lo cual incorpora no linealidades en el problema y entonces no es posible determinar analíticamente la evidencia (Fukuda and Johnson, 2008). Notamos que esta limitación es ignorada en trabajos como Yabuki and Matsu'ura (1992). Una solución es recurrir a métodos de muestreo del *posterior*, en los cuales la PDF que da cuenta del *joint posterior* de parámetros e hiperparámetros y la evidencia pueden ser determinadas mediante técnicas como MCMC (*Markov Chain Monte Carlo*) (Wang et al. (2015); Fukuda and Johnson (2008)), sin embargo, el costo computacional de esta implementación está fuera del alcance de nuestra tesis. Por tanto, exploramos la siguiente propuesta sugerida en Benavente et al. (2019): Emplear un *prior* log-normal para el *slip*, ya que esta función está definida solo para reales positivos, de manera que se impone positividad implícitamente. Con ese *prior*, en dicho trabajo se muestra que la *posterior* PDF puede aproximarse como una Gaussiana en torno al *MAP*, por lo que empleando las metodologías sugeridas en trabajos como (Funning et al. (2014); Fukahata et al. (2004); Yabuki and Matsu'ura

(1992)), sería posible llegar a aproximaciones viables para la evidencia, con menor costo computacional. Dado que la conjugación de estas dos metodologías, a nuestro conocimiento, no se ha explorado en el pasado para problemas de falla finita, la factibilidad de este enfoque se intentará verificar en esta tesis.

2.3.2. El Problema de la Selección de Modelos

Hemos explicado las bases para solucionar problemas inversos bayesianos y esbozado una metodología para abordar la FFI de esta tesis. El estado de información final o solución del problema está contenido en el *posterior* $P(\mathbf{m}|\mathbf{d}, H)$. Esta y todas las PDF del Teorema de Bayes (2.3.2) son evaluadas dada la información previa o hipótesis formulada para resolver el problema, denotada por la letra H . Haciendo una analogía con un problema más sencillo, puede plantearse que una hipótesis sea “El alcance horizontal de un proyectil es una función lineal del tiempo”. La validez de esta hipótesis debe ser evaluada considerando nuestro conocimiento sobre la física del problema y también información experimental (e.g de lanzamientos de proyectil), y naturalmente podría ser comparada con otra hipótesis que plantee, por ejemplo, un modelo cuadrático o cúbico. A pesar de que el ejemplo anterior es bastante simple, la misma idea puede aplicarse para el problema de esta tesis: Si definimos la hipótesis H_1 como: “El deslizamiento solo puede ocurrir en la interfaz superior del *slab*, con movimiento de tipo inverso”. Por otro lado, la hipótesis H_2 señala que: “El deslizamiento puede ocurrir en dos planos paralelos, separados una cierta distancia dada por el grosor del *slab*, en donde el plano superior desliza con mecanismo inverso y el inferior con mecanismo normal”. Las hipótesis H_1 y H_2 tienen distintas parametrizaciones \mathbf{m}_1 y \mathbf{m}_2 y son usadas para describir el mismo conjunto de datos \mathbf{d} . ¿Cómo es posible evaluar cada una de las hipótesis con la información disponible y discernir cual es la más consistente? La inferencia Bayesiana cuenta con herramientas para abordar este problema (i.e el problema de la Selección de Modelos), esto es, permite evaluar los estados de información a la luz de los datos e información a priori disponible de distintas hipótesis, y escoger el idóneo equilibrando el ajuste de los datos y la predictibilidad del modelo (Trotta, 2008). La selección de modelos bayesiana cumple con el principio de parsimonia: Modelos simples tienden a realizar ajustes precisos para conjuntos de datos específicos, mientras que modelos complejos

son versátiles para ajustar muchos conjuntos de datos. Luego, si dos teorías permiten explicar observaciones de una manera similar, es pertinente favorecer la más simple (Sambridge et al., 2006). La herramienta de la Inferencia Bayesiana utilizada para este propósito es la Evidencia $P(\mathbf{d}|H)$ (ecuación 2.3.4), para la cual mostraremos una aproximación analítica en la siguiente sección.

Una ilustración obtenida en (Sambridge et al. (2006); MacKay and Mac Kay (2003)) muestra dos teorías competidoras, H_1 vs H_2 . H_2 es más compleja y diseñada para ajustar un amplio conjunto de datos d_2 . H_1 es una teoría más simple diseñada para ajustar el conjunto de datos más pequeño d_1 . Al calcular la evidencia de ambas teorías para el conjunto de datos d_1 , en donde ambas teorías tienen validez, esta será mayor para el modelo simple H_1 que para el modelo flexible H_2 , obedeciendo el principio de parsimonia.

El Teorema de Bayes está expresado por la ecuación (2.3.2). Podemos emplearlo para expresar la posterior PDF de una hipótesis H dada en función de los datos \mathbf{d} :

$$P(H|\mathbf{d}) = \frac{P(\mathbf{d}|H)P(H)}{P(\mathbf{d})} \quad (2.3.5)$$

Notamos que la evidencia $P(\mathbf{d}|H)$ del *posterior* $P(\mathbf{m}|\mathbf{d}, H)$ esta contenida en la expresión anterior. Para comparar dos modelos, es necesario calcular la razón de las posterior PDF entre dos hipótesis competidoras H_1 Y H_2 (Trotta, 2008):

$$\frac{P(H_1|\mathbf{d})}{P(H_2|\mathbf{d})} = \frac{P(\mathbf{d}|H_1)P(H_1)}{P(\mathbf{d}|H_2)P(H_2)} = B_{12} \frac{P(H_1)}{P(H_2)} \quad (2.3.6)$$

La razón de las *posterior* para las hipótesis H_1 y H_2 es el producto entre la razón de las evidencias, denominada como el Factor de Bayes B_{12} , y la razón entre la probabilidad *a priori* que le demos a cada hipótesis, $\frac{P(H_1)}{P(H_2)}$. Si no hay alguna preferencia de alguna hipótesis por sobre otra, entonces $\frac{P(H_1)}{P(H_2)} = 1$ y la razón de las *posterior* depende solo de la razón de las Evidencias o el Factor de Bayes. Si $B_{12} > 1$ los datos favorecen a la hipótesis H_1 y si $B_{12} < 1$ estos favorecen a H_2 . Una escala para interpretar cualitativamente el Factor de Bayes entre dos hipótesis es propuesta en Kass and Raftery (1995). El sustento de una por sobre otra puede ser Apenas mencionable,

Positiva, Fuerte o Muy Fuerte (ver Cuadro 2.3.1). De este modo, tenemos un marco teórico para comparar las dos hipótesis competidoras.

$\log_{10} B_{12}$	B_{12}	Evidencia contra H_2
< 0	< 1	Negativa (favorece H_2)
$0 - 0,5$	$1 - 3,2$	Apenas mencionable
$0,5 - 1$	$3,2 - 10$	Positiva
$1 - 2$	$10 - 100$	Fuerte
> 2	> 100	Muy Fuerte

Cuadro 2.3.1: Evaluación Cualitativa de los valores para el Factor de Bayes. Extraída y adaptada desde Kass and Raftery (1995)

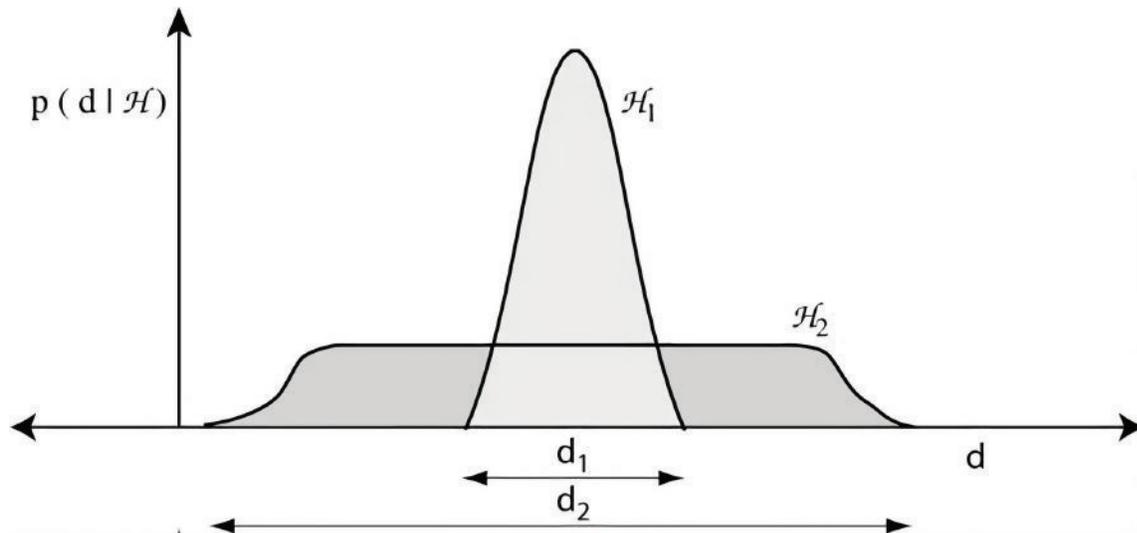


Figura 2.3.1: El principio de parsimonia explicado en términos de la predictividad para dos hipótesis H_1 y H_2 . El eje horizontal muestra la amplitud de los conjuntos de datos d_1 y d_2 , mientras que el eje vertical muestra la evidencia $p(\mathbf{d}|H)$. La teoría más simple H_1 (e.g un modelo lineal) hace predicciones precisas para d_1 , mientras que la teoría más compleja H_2 (e.g un polinomio grado 6) ajusta bien conjuntos de datos más amplios d_2 . Debido a la normalización de las PDF, el valor de la evidencia favorece mucho la hipótesis H_1 en donde se intersectan d_1 y d_2 . Tanto la imagen como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Sambridge et al. (2006) y MacKay and Mac Kay (2003).

2.4. Caracterización de la Zona de Estudio

La cinemática de subducción en el margen chileno ha sido ampliamente documentada en los últimos treinta años gracias a observaciones geodésicas y sismológicas; los desplazamientos estáticos en superficie cerca de la ruptura de terremotos *megathrust* pueden ser del orden de decenas de centímetros hasta algunos metros (Moreno et al. (2012); (Tong et al., 2010)), y las ondas sísmicas emitidas son percibidas en todo el mundo. Las señales intersísmica y postsísmica son más difíciles de detectar debido a que las velocidades medidas en superficie asociadas a estos procesos no son mayores a los 10 centímetros al año (Klotz et al., 2001), por tanto se requieren mediciones precisas a lo largo de muchos años para evaluar la cinemática del proceso.

Como pretendemos modelar la distribución de deslizamiento cosísmico asociada al Terremoto del Maule del 2010 M_w 8,8, es prudente caracterizar la zona de estudio a partir de investigaciones anteriores. El 27 de Febrero del 2010, un Terremoto M_w 8,8 con un hipócentro dado por: ($36,29^\circ S, 73,24^\circ W$); profundidad 30,1 km ; y hora local 03:34:08 sacudió fuertemente el centro del país (CSN, 2020). Este evento registró una intensidad en la Escala de Mercalli mayor o igual a 8 desde Santiago hasta Temuco y la ruptura abarcó un área de aproximadamente 500 km a lo largo del *strike* desde los $34^\circ S$ hasta $38,5^\circ S$ (Yue et al., 2014). En esta zona, la Placa de Nazca subduce oblicuamente bajo la Placa Sudamericana con una velocidad de convergencia de aproximadamente 66 $mm/año$ (Angermann et al., 1999).

Un esquema de la configuración tectónica del Terremoto del Maule se muestra en la Figura (2.4.1). Se observa que la ruptura al norte del epicentro se solapa con las rupturas de los Terremotos de Valparaíso 1906 M_w 8,2 , Constitución 1928 M_w 8,0 y Algarrobo 1985 M_w 8,0, mientras que el sur se solapa con el extremo norte del Gran Terremoto de Valdivia de 1960 M_w 9,5 (Hayes et al., 2013). La zona desde aproximadamente el epicentro hasta el Golfo de Arauco no había registrado deslizamientos cosísmicos desde el Terremoto de Concepción de 1835 (M 8,5), considerándose una laguna sísmica (i.e la Laguna Sísmica del Centro de Sur de Chile). Ruegg et al. (2009) y Campos et al. (2002) sugieren que el *megathrust* bajo

esta laguna estaba casi totalmente acoplado, y la energía acumulada era suficiente para producir un evento de magnitud $M_w = 8,0 - 8,5$. Esta idea se basaba en que las velocidades intersísmicas eran bastante altas, y la sismicidad en la zona era escasa, dando cuenta de una zona altamente estresada tectónicamente. En [Moreno et al. \(2010\)](#) se determina la distribución de acoplamiento para la zona del Terremoto, mostrando que, en primer orden, existe una correlación entre $34^\circ S$ y $38^\circ S$ para zonas con alto grado de acoplamiento y alto deslizamiento cosísmico.

Distintas investigaciones han invertido la distribución de *slip* cosísmico del Terremoto del Maule, principalmente mediante datos telesísmicos y geodésicos. Naturalmente que cada solución es distinta ya que utilizan distintos conjuntos de datos, parametrizaciones y suposiciones acerca de la configuración tectónica del modelo; pero existe cierto consenso en que el patrón de *slip* exhibe una ruptura con dos o tres parches con alto deslizamiento ($> 10m$) al norte del hipocentro entre $34^\circ S - 36^\circ S$ y al sur de este sobre la laguna sísmica entre $36^\circ S - 38^\circ S$ ([Yue et al. \(2014\)](#); [Hayes et al. \(2013\)](#); [Moreno et al. \(2012\)](#); [Vigny et al. \(2011\)](#)). Esto sugiere que la disponibilidad de datos es suficiente para determinar la distribución de deslizamientos *along-strike*. Por otro lado, [Yue et al. \(2014\)](#) señala que la distribución de deslizamientos *along-dip* no está del todo resuelta y existen discrepancias entre autores, principalmente debido a que los datos sismo-geodésicos no entregan suficiente información de la ruptura cerca de la fosa, aunque esta carencia podría ser eventualmente resuelta incorporando datos de tsunamis. De todas formas, los resultados sugieren que el límite *downdip* del área de ruptura es alrededor de los $60 km$ de profundidad: escaso o nulo *slip* es esperable a mayores profundidades. En la Figura 2.4.2 se observa la distribución de deslizamientos invertida mediante datos GPS + InSAR de [Moreno et al. \(2012\)](#), en donde se observan tres *peaks* de *slip* frente a Constitución, Cobquecura y el Golfo de Arauco, lo cual está en la misma línea de las características de la ruptura mencionadas anteriormente.

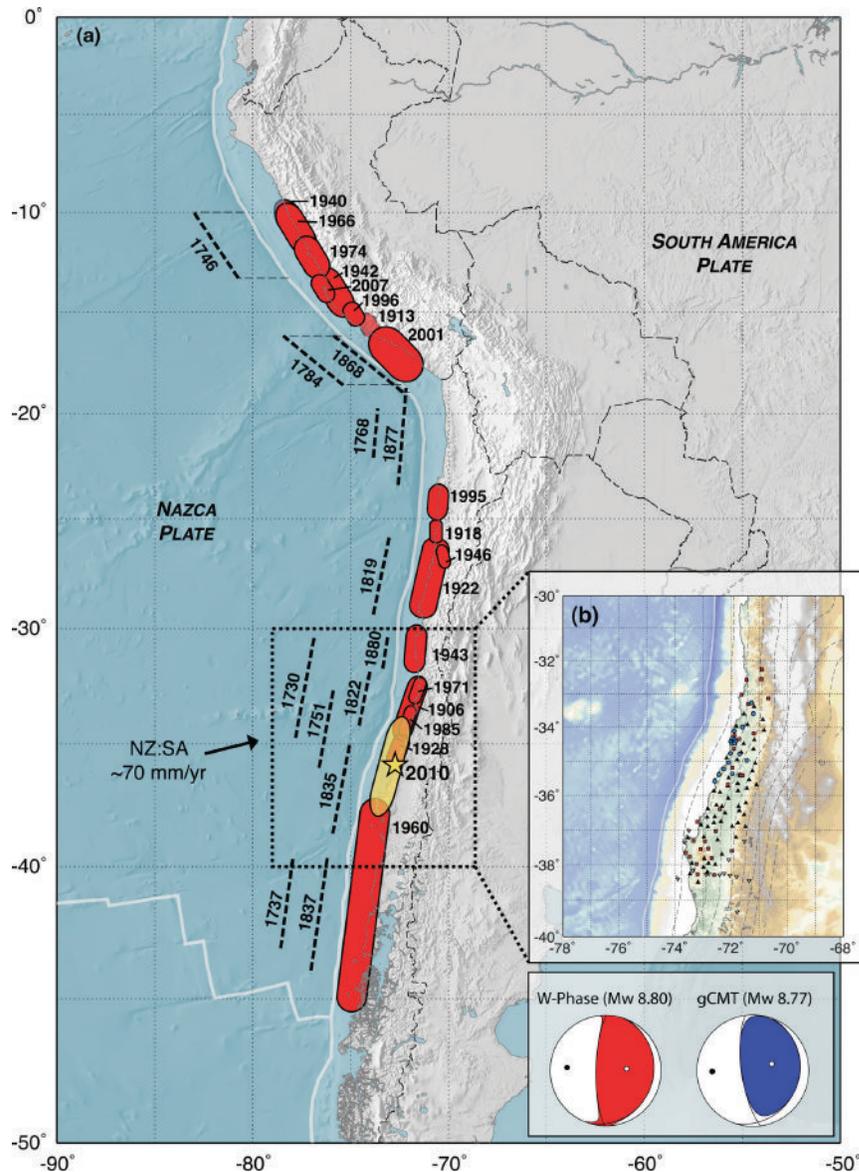


Figura 2.4.1: Configuración tectónica para el Terremoto del Maule M_w 8,8 del 2010 (Hayes et al., 2013). (a) El mapa muestra los terremotos históricos en la zona de subducción de Sudamérica, desde el Sur de Chile hasta Perú Central. Las áreas de ruptura estimadas de Grandes Terremotos del siglo 20 son denotados con polígonos rojos, mientras que las líneas punteadas dan cuenta del área aproximada de terremotos históricos del siglo 18 y 19. El polígono y estrella amarillos, muestran el área de ruptura y el epicentro del Terremoto del Maule, respectivamente. La flecha negra representa el movimiento de la placa Sudamericana con respecto a la Placa de Nazca. Los mecanismos focales CMT se observan también en el recuadro. (b) Conjunto de estaciones sismológicas IMAD utilizada para estudiar la distribución de réplicas asociada al evento. Las líneas punteadas grises dan cuenta de la geometría del *slab*. Tanto la Figura como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde Hayes et al. (2013).

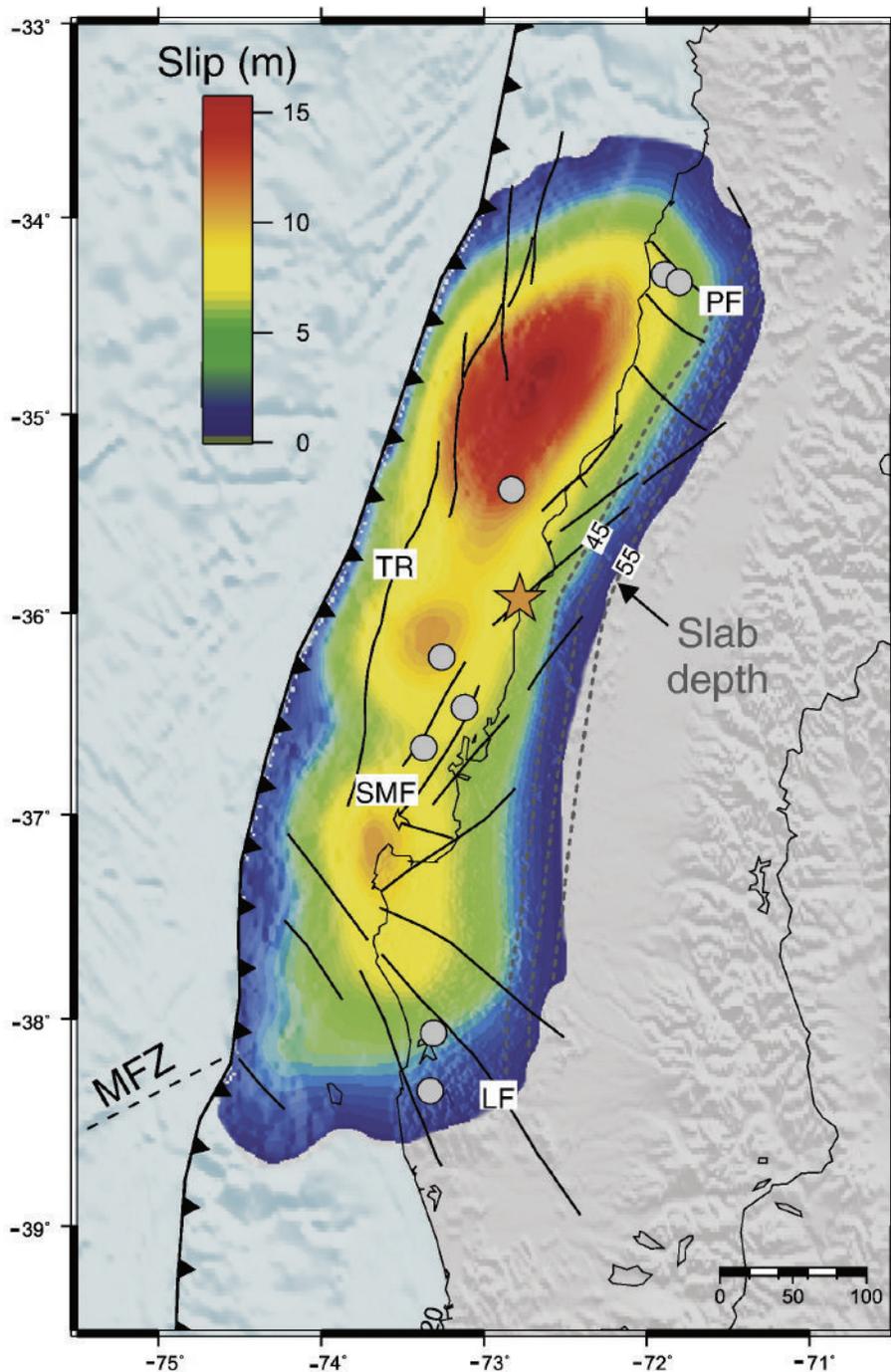


Figura 2.4.2: Distribución de *slip* obtenida en [Moreno et al. \(2012\)](#). Las líneas negras denotan el *Thrust Ridge* (TR), la Falla de Santa María (SMF), la Falla de Lanalhue (LF), y la Falla de Pichilemu (PF). Los círculos grises son los epicentros de réplicas grandes ($M_w > 6,5$) y la estrella amarilla denota el epicentro del evento principal. Las líneas punteadas grises dan cuenta la profundidad del *slab* cada 5km. Tanto la Figura como la leyenda fueron extraídas y adaptadas desde [Moreno et al. \(2012\)](#).

Capítulo 3

Metodología

3.1. Disponibilidad de Datos

Contamos con dos conjuntos de datos: GPS e InSAR. Los datos GPS son mediciones del desplazamiento debido al *slip* cosísmico del Terremoto del Maule en estaciones de campaña y estaciones de la red geodésica internacional, recopilados de [Moreno et al. \(2012\)](#) y [Vigny et al. \(2011\)](#). En estos trabajos las mediciones fueron procesadas para obtener una medida del desplazamiento ENU en cada estación. Cada dato viene con un error de medición asociado al procesamiento de los datos, la incerteza instrumental y la contaminación del valor por otros procesos (e.g. *afterslip*). Utilizamos un total de 76 estaciones ubicadas en el campo cercano, totalizando 228 datos GPS (Figura 3.1.1). Una gran cantidad de datos del campo lejano no fueron considerados en este trabajo ya que aportan muy poca información al problema: la aproximación de un semiespacio homogéneo en una tierra plana pierde mucha precisión a largas distancias y tienden a pesar mucho en la inversión ya que sus incertidumbres son bajas debido a que el desplazamiento asociado también lo es. Los datos GPS tienen muy buena resolución en la costa, desde aproximadamente Lebu (ver estaciones LEBU, IMOR) hasta Vichuquén (estación VICH).

Los datos InSAR son desplazamientos *line of sight* (LOS) a lo largo de la órbita descendente (1110 puntos), obtenidos a partir de interferogramas en [Tong et al. \(2010\)](#) (Figura 3.1.2). Estos datos registran el campo de desplazamientos muy densamente, por lo que entregan mucha información para el modelamiento. La baja resolución de datos GPS al norte de la estación VICH se ve complementada por los datos InSAR, ya que este conjunto con muchos datos entre $34^{\circ}S - 36^{\circ}S$. Una dificultad de trabajar con conjuntos de datos distintos es evaluar su compatibilidad. En esa línea, sopesarlos con los datos GPS es un gran desafío, ya que la resolución y el peso de los datos son muy distintos. Utilizamos el siguiente criterio para reducir los datos InSAR, y de esa manera equilibrar la información geodésica disponible: Considerar el subconjunto que permita llegar a soluciones geofísicamente plausibles para las inversiones de datos InSAR, y GPS+INSAR: En la Figura (3.1.2) derecha, notamos que la magnitud del desplazamiento LOS tiende a decaer en la medida en que estos se alejan del centro del área de la Falla Finita, lo cual puede asociarse a zonas de bajo deslizamiento cosísmico. Si consideramos que las mediciones más valiosas son las de mayor magnitud, ya que estarían asociadas a zonas de mayor deslizamiento cosísmico, eliminamos todos los datos con desplazamiento bajo un cierto umbral (i.e $d_i > d_{min}$). Así, la inversión de datos InSAR se realizó con 521 datos (triángulos rojos y estrellas azules en Figura (3.1.2) izquierda) y la inversión GPS+InSAR con 306 datos (estrellas azules). El subconjunto de datos no utilizados son los cuadrados verdes. A pesar de que este procedimiento puede parecer acomodaticio, en el siguiente capítulo presentamos una justificación basada en un criterio que toma en cuenta la razón entre los términos *log-likelihood* y *log-prior* de la Evidencia y otro en que se evalúa la variación del hiperparámetro que da cuenta del peso relativo entre datos GPS e InSAR. Asimismo, la reducción de datos disminuye de gran manera el costo computacional de las inversiones. Finalmente, es importante destacar que decidimos no considerar 820 datos LOS de la órbita ascendente, obtenidos también en [Tong et al. \(2010\)](#), ya que por el mismo motivo del costo computacional, complejizarían aún más la inversión.

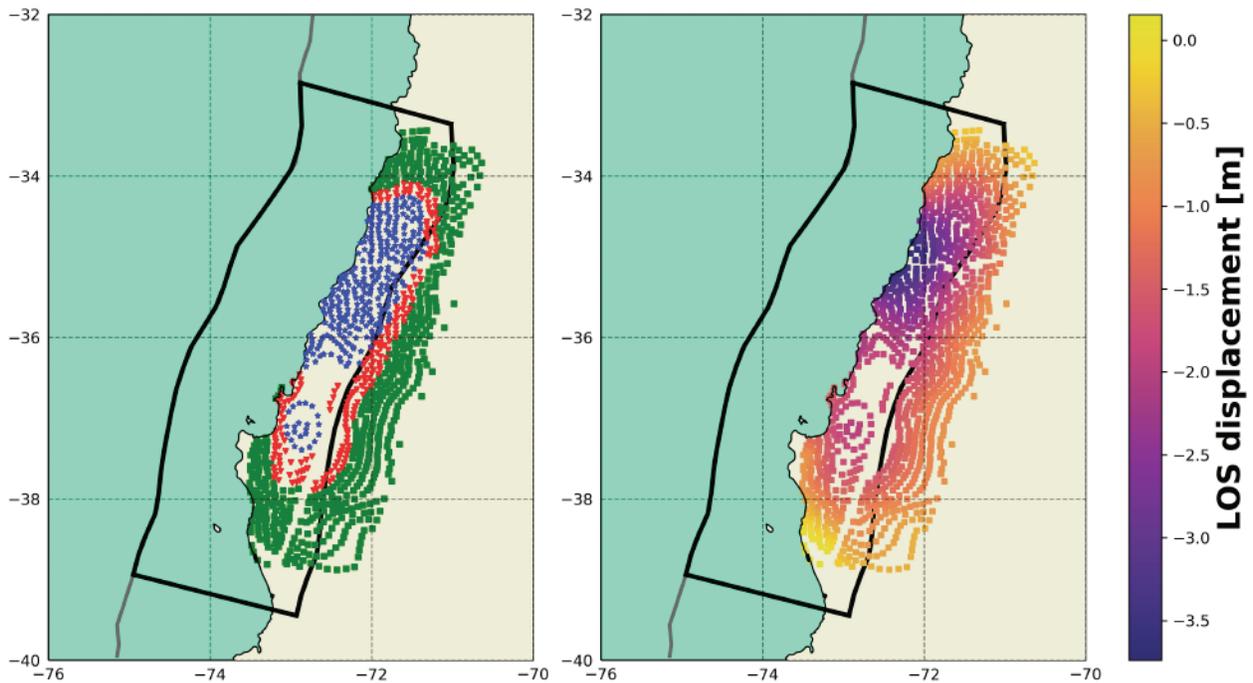


Figura 3.1.2: Distribución espacial de los 1100 datos *line of sight* de la órbita descendente obtenidos por Tong et al. (2010). Figura izquierda: Distintos subconjuntos de datos relevantes para la inversión. Las estrellas azules son desplazamientos $LOS > 1,8m$, utilizados para la inversión GPS+InSAR. Los triángulos rojos y las estrellas azules ($LOS > 1,4$) dan cuenta de el subconjunto empleado para la inversión InSAR. El resto de los datos (cuadrados verdes, $LOS < 1,4m$) no son empleados para ninguna de las inversiones.

3.2. Parametrización del Problema Inverso

3.2.1. Esquema de Inversión

La relación entre la Función de *Green* y el *slip* es lineal (ver ecuación (2.2.29)). Consideremos un modelo de falla finita con m subfallas, agrupadas en el vector de deslizamientos $\mathbf{m}_{m \times 1}$ y asociadas a $\mathbf{G}_{n \times m}$, la matriz de Funciones de Green que agrupan la respuesta en n puntos en superficie a las m dislocaciones elásticas de cada una de las subfallas, produciendo n desplazamientos medidos en superficie agrupados en el vector de datos $\mathbf{d}_{n \times 1}$. Recalamos que en nuestro esquema \mathbf{m} agrupa solo las magnitudes del deslizamiento, y fijamos un *rake* de 110 grados, a partir de la solución CMT. El sistema de ecuaciones lineales asociado a esta formulación está dado por:

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{d} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.2.1)$$

Donde el vector $\boldsymbol{\varepsilon}_{n \times 1}$ da cuenta de los residuales de la parametrización, asociados a errores en la modelación y en las observaciones. Con el fin de simplificar el análisis, en este trabajo se asume que los errores en la modelación son dominantes. Para construir el *prior*, suponemos que el *slip* sigue una distribución log-normal con media 0 (Benavente et al., 2019). Esto es:

$$P(\mathbf{m}|\rho^2, H) = (2\pi\rho^2)^{-M/2} \|\mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \prod_{i=1}^M m_i^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\rho^2} (\mathbf{L} \ln \mathbf{m})^T (\mathbf{L} \ln \mathbf{m})\right) \quad (3.2.2)$$

Una variable aleatoria distribuida log-normalmente significa que el logaritmo de esa variable se distribuye normalmente. Haciendo el cambio de variables:

$$\mathbf{s}(\mathbf{m}) = [\log m_1, \log m_2, \dots, \log m_M]^T \quad (3.2.3)$$

Es posible escribir dicho *prior* como:

$$P(\mathbf{s}|\rho^2, H) = (2\pi\rho^2)^{-M/2} \|\mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \exp\left(-\frac{1}{2\rho^2} (\mathbf{L} \mathbf{s})^T (\mathbf{L} \mathbf{s})\right) \quad (3.2.4)$$

Donde \mathbf{L} es la descomposición de *Cholesky* de la inversa de la matriz de correlación espacial \mathbf{R} para el *slip*:

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{L}^T \mathbf{L} \quad (3.2.5)$$

Y ρ^2 es un hiperparámetro que controla la varianza del *prior*. Utilizamos una matriz de correlación *Von Karman* para el *slip*:

$$R_{ij} = \frac{(r_{ij}/L_c)^\nu K_\nu(r_{ij}/L_c)}{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)} \quad (3.2.6)$$

En donde L_c , es la longitud de correlación¹ entre subfallas, r_{ij} es la distancia euclidiana entre las subfallas ij , ν es el parámetro de Hurst², que puede tomar valores entre 0 y 1, K_ν es la función modificada de *Bessel* de segunda especie y orden ν , y Γ es la función Gamma (Crempien et al., 2020). Esta matriz permite relacionar flexiblemente el deslizamiento de subfallas aledañas y permite capturar la naturaleza de este. En efecto, ha sido utilizada anteriormente para caracterizar el *slip* en terremotos (Melgar and Hayes (2019); Mai and Beroza (2002)), específicamente en problemas de FFI (Amey et al., 2018), y para generar patrones de *slip* y cuantificar su potencial tsunamigénico (Crempien et al., 2020). La longitud de correlación L_c depende de la magnitud del evento y su mecanismo de ruptura, y existen relaciones empíricas para determinarla (Melgar and Hayes, 2019). Por otro lado, la relación del Parámetro de Hurst ν con la magnitud del evento es menos clara. Según (Melgar and Hayes, 2019), la naturaleza del *slip* de terremotos magnitud 7 – 9 favorece un parámetro de *Hurst* promedio de 0,35. En dicho paper se llegan a valores óptimos para estos parámetros en el caso del Terremoto del Maule M_w 8,8, lo cual es mencionado en la Sección (3.2.2). Cabe destacar que decidimos no emplear un operador Laplaciano para la suavidad, como se suele hacer en problemas de Falla Finita (Moreno et al., 2012), ya que creemos que la matriz *Von-Karman* permite introducir más intuitivamente la idea de correlación espacial entre el deslizamiento de subfallas, y también mitiga el impacto de las correlaciones con las dimensiones de la grilla.

Es importante notar que el *prior* introduce restricciones en el logaritmo del *slip* y no

¹Este parámetro describe el tamaño predominante de las asperezas

²Este parámetro describe la suavidad del *slip*. Valores cercanos a 0 indican poca suavidad y cercanos a 1 mucha.

en el *slip* propiamente tal, lo que significa una transición más brusca de una falla a otra en comparación con un *prior* sobre el *slip* (Benavente et al., 2019).

Para el *likelihood* PDF, se usa un nuevo cambio de variables:

$$\mathbf{e}(\mathbf{s}) = [\exp s_1, \exp s_2, \dots, \exp s_M]^T \quad (3.2.7)$$

Y de la ecuación (3.2.1), se asume que los errores de la parametrización se distribuyen normalmente con media $\mathbf{0}$, lo que se traduce en la siguiente PDF para el *likelihood*:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{d}|\mathbf{s}, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) &= (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-N/2} \|\mathbf{E}(\gamma^2)\|^{-1/2} \\ &\times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{GPS}^2} (\mathbf{G}\mathbf{e}(\mathbf{s}) - \mathbf{d})^T \mathbf{E}(\gamma^2)^{-1} (\mathbf{G}\mathbf{e}(\mathbf{s}) - \mathbf{d})\right) \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

Donde σ_{GPS}^2 es el hiperparámetro que modula las varianzas de los datos GPS, $\mathbf{E}(\gamma^2)$ es la matriz de covarianza de los datos con $\gamma^2 = \sigma_{INSAR}^2/\sigma_{GPS}^2$ otro hiperparámetro, que da cuenta del peso relativo entre datos GPS e INSAR, tal que:

$$\mathbf{E}(\gamma^2) = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{GPS} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \gamma^2 \mathbf{E}_{INSAR} \end{pmatrix} \quad (3.2.9)$$

Los bloques de ceros $\mathbf{0}$ en $\mathbf{E}(\gamma^2)$ indican que no existe correlación entre datos GPS e InSAR. \mathbf{E}_{GPS} es una matriz diagonal con las varianzas documentadas de los datos GPS recopilados, por tanto no están correlacionados. \mathbf{E}_{INSAR} asume que todos los datos LOS tienen una desviación estandar de $0,1m$, lo cual es sugerido por el trabajo en que se procesaron los datos (Tong et al., 2010). Además, asumimos que los datos InSAR están espacialmente correlacionados entre sí, lo cual permite sopesarlos de mejor manera con los datos GPS (Fukahata and Wright, 2008). Bajo esa premisa, utilizamos una matriz de correlación exponencial para los datos InSAR, con una longitud de correlación L_{INSAR} de $15 km$, coherente con lo sugerido en Fukahata and

Wright (2008) y Wright et al. (2003). De esta forma \mathbf{E}_{INSAR} se puede escribir como:

$$E_{INSAR}^{ij} = 0,01 \cdot \exp\left(-\frac{x_{ij}}{L_{INSAR}}\right) \quad (3.2.10)$$

Donde x_{ij} la distancia euclidiana entre los datos LOS.

Con todas las consideraciones anteriores, el Teorema de Bayes para este problema está dado por:

$$P(\mathbf{s}|\mathbf{d}, \rho^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) = \frac{P(\mathbf{d} | \mathbf{s}, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H)P(\mathbf{s} | \rho^2, H)}{P(\mathbf{d}|\rho^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H)} \quad (3.2.11)$$

Con

$$P(\mathbf{d}|\rho^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) = \int P(\mathbf{d} | \mathbf{s}, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H)P(\mathbf{s} | \rho^2, H) \quad (3.2.12)$$

Usando el *prior* (3.2.4) y el *likelihood* (3.2.8) para el Teorema de Bayes (3.2.11), y definiendo un nuevo hiperparámetro $\alpha^2 = \frac{\sigma^2}{\rho^2}$, se llega a la siguiente expresión para la posterior PDF (Yabuki and Matsu'ura, 1992):

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s}|\mathbf{d}, \alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) &= K(2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-(N+M)/2}(\alpha^2)^{M/2} \|\mathbf{E}(\gamma^2)\|^{-1/2} \|\mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{GPS}^2} \psi(\mathbf{s})\right) \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

Donde K_1 es una constante de normalización asociada a la evidencia y

$$\psi(\mathbf{s}|\alpha^2, \gamma^2) = (\mathbf{G}\mathbf{e}(\mathbf{s}) - \mathbf{d})^T \mathbf{E}(\gamma^2)^{-1} (\mathbf{G}\mathbf{e}(\mathbf{s}) - \mathbf{d}) + \alpha^2 (\mathbf{L}\mathbf{s})^T (\mathbf{L}\mathbf{s}) \quad (3.2.14)$$

Es la función objetivo no lineal sobre \mathbf{s} . Mientras más lejos esté ψ de ser lineal, más difícil es caracterizar el *posterior* como una PDF Gaussiana (Tarantola, 2005). Asumiendo los hiperparámetros fijos, y que las no linealidades son bajas, es posible aproximar el posterior como una Gaussiana en torno al MAP (*maximum a posteriori*) (Benavente et al., 2019). Esta aproximación requiere que la función objetivo ψ pueda ser escrita como una función cuadrática de \mathbf{s} . Expandiendo $\psi(\mathbf{s})$ en serie de *Taylor*

en torno al MAP $\hat{\mathbf{s}}$ hasta el segundo término, se llega a que

$$\psi(\mathbf{s}) \approx \psi(\hat{\mathbf{s}}) + \frac{1}{2}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})^T \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}})(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}}) \quad (3.2.15)$$

Donde $\nabla \nabla \psi$ es la Matriz Hessiana de ψ . El gradiente de ψ no aparece en la expansión debido a que debe ser $\mathbf{0}$ en el MAP. Sustituyendo la ecuación (3.2.15) en (3.2.13), se tiene que:

$$P(\mathbf{s}|\mathbf{d}, \alpha^2, \sigma^2, \gamma^2) \approx K_2 \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})\right) \quad (3.2.16)$$

Donde K_2 es una nueva constante que agrupa todos los términos constantes de la PDF y usamos el símbolo de aproximación debido al truncamiento de la serie de Taylor de la función objetivo ψ hasta el segundo término. Además

$$\mathbf{C}^{-1} \approx \frac{\sigma_{GPS}^2}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}}) \quad (3.2.17)$$

Es la matriz de covarianza de la posterior PDF. En [Benavente et al. \(2019\)](#) se obtiene una expresión analítica para la matriz Hessiana $\nabla \nabla \psi$:

$$\nabla \nabla \psi(\mathbf{s}) = 2\mathbf{e}\mathbf{e}^T \otimes \mathbf{G}^T \mathbf{E}^{-1} \mathbf{G} + 2diag[\mathbf{e} \otimes \mathbf{G}^T \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{G}\mathbf{e} - \mathbf{d})] + 2\alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} \quad (3.2.18)$$

Donde el símbolo \otimes denota el producto de *Hadamard* y el operador *diag* crea una matriz diagonal cuyos elementos es el vector sobre el cual actúa el operador. La *posterior* PDF en la ecuación (3.2.16) queda descrita por el *MAP* y su matriz de covarianza. Es importante notar que asumimos los hiperparámetros conocidos como valores puntuales, y la PDF que estimamos es $P(\mathbf{s}|\mathbf{d}, \alpha^2, \sigma^2, \gamma^2, H)$ y no $P(\mathbf{s}, \alpha^2, \sigma^2, \gamma^2|\mathbf{d}, H)$, en la cual los hiperparámetros quedan descritos también por una función de probabilidad ([Fukuda and Johnson, 2008](#)). Para determinar los valores de los hiperparámetros α^2 , σ_{GPS}^2 y γ^2 usamos un método de maximización de la Evidencia, el cual es equivalente al método ABIC (*Akaike Bayesian Information Criterion*) descrito en distintos trabajos de FFI ([Agata \(2020\)](#); [Funning et al. \(2014\)](#); [Fukuda and Johnson \(2008\)](#); [Fukahata et al. \(2004\)](#); [Yabuki and Matsu'ura \(1992\)](#)). Este criterio permite determinar los valores óptimos para los hiperparámetros sopesando la información contenida en el *likelihood* y el *prior* ([Fukahata et al., 2004](#)).

Una aproximación analítica de la Evidencia está dada por la siguiente ecuación, cuya derivación está en el Apéndice S1:

$$P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) = (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-N/2} \|\alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \|\mathbf{E}(\gamma^2)\|^{-1/2} \times \left\| \frac{1}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}}) \right\|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{GPS}^2} \psi(\hat{\mathbf{s}})\right) \quad (3.2.19)$$

Las condiciones para maximizar la Evidencia en función de los hiperparámetros son:

$$\frac{\partial P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2)}{\partial \sigma_{GPS}^2} = 0 \quad (3.2.20)$$

$$\frac{\partial P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2)}{\partial \alpha^2} = 0 \quad (3.2.21)$$

$$\frac{\partial P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2)}{\partial \gamma^2} = 0 \quad (3.2.22)$$

La solución de la ecuación (3.2.20) es (ver Apéndice S1):

$$\sigma_{GPS}^2 = \frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{N} \quad (3.2.23)$$

Y al reemplazar (3.2.23) en (3.2.19) conlleva a que menos dos veces el Logaritmo de la Evidencia en función de α^2 y γ^2 estará dado por la siguiente expresión:

$$-2 \log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, \gamma^2, H)) = N \ln(\psi(\hat{\mathbf{s}})) - \ln \|\alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L}\| + \ln \|\mathbf{E}(\gamma^2)\| + \ln \left\| \frac{1}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}}) \right\| + K_3 \quad (3.2.24)$$

En donde K_3 es una constante que agrupa todos los términos de la Evidencia que no dependen α^2 y γ^2 . Calculamos el logaritmo de la Evidencia para evitar problemas de *overflow*, multiplicamos por un factor de 2 para simplificar los términos de 1/2 que aparecen en la ecuación (3.2.19). El factor de -1 es para buscar mínimos de la función, que es como suelen funcionar los algoritmos computacionales. Luego, el mínimo de (3.2.24) puede ser buscado mediante una búsqueda en una grilla 2D. Es importante destacar que la ecuación (3.2.24) se debe usar solo para determinar los hiperparámetros de un mismo modelo (e.g el modelo de una interfaz), ya que en este caso, la selección de modelos se esta haciendo dentro de una misma hipótesis. Para

el problema de selección de modelos entre la hipótesis de una interfaz y la de dos interfaces, con los hiperparámetros óptimos ya obtenidos, debe ocuparse la ecuación (3.2.19). Por otra parte, recalamos que la función objetivo ψ no tiene solución analítica y su mínimo $\hat{\mathbf{s}}$ debe ser determinado numéricamente. Mientras la matriz Hessiana $\nabla\nabla\psi$ sea definida positiva en $\hat{\mathbf{s}}$, el mínimo de ψ obtenido numéricamente es un mínimo global, por lo que debemos controlar que el algoritmo cumpla con esta condición.

Con el MAP $\hat{\mathbf{s}}$, la matriz Hessiana y los hiperparámetros determinados, tenemos una expresión para la posterior PDF (ecuación (3.2.16)). Esta PDF es una distribución normal para el logaritmo del *slip* con media MAP $\hat{\mathbf{s}}$ y matriz de covarianza \mathbf{C} . Como mencionamos anteriormente, una de las virtudes de las Inversiones Bayesianas es poder determinar información de la parametrización y sus incertidumbres a partir de la *posterior* PDF. En particular, si queremos obtener información de cada una de las subfallas del modelo, basta con marginalizar el *posterior* para obtener información de la falla en cuestión. Además las PDF marginales de una Gaussiana Multivariada son también Gaussianas (Tarantola, 2005). En nuestra inversión los marginales del *posterior* describen el logaritmo del *slip*, por lo tanto los marginales del *slip* están distribuidos log-normalmente:

$$P(m_i|\mathbf{d}) = \frac{1}{m_i\sigma_i\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(m_i) - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (3.2.25)$$

Donde μ_i y σ_i son la media y desviación estándar de la PDF normal que genera a la log-normal. La media Ω , la desviación estándar Σ y el cuantil i -ésimo $Q(p_i)$ de una distribución log-normal descritas por una media μ y desviación estándar σ están dados por:

$$\Omega = \exp(\mu + \sigma^2/2) \quad (3.2.26)$$

$$\Sigma = \sqrt{(\exp(\sigma^2 + 2\mu)(\exp(\sigma^2) - 1))} \quad (3.2.27)$$

y

$$Q(p_i) = \exp\left(\mu + \sqrt{2\sigma^2} \operatorname{erf}^{-1}(2p_i - 1)\right) \quad (3.2.28)$$

Donde erf^{-1} es la inversa de la función error. Con estos estadísticos es posible

interpretar la solución y a su vez cuantificar las incertidumbres de las PDF marginalizadas mediante el uso de intervalos de credibilidad (CI), como se sugiere en [Benavente et al. \(2019\)](#).

3.2.1.1. Selección de Modelos

Con la ecuación (3.2.19) es posible calcular la Evidencia Bayesiana. Al comparar dos hipótesis competidoras H_1 y H_2 , la inferencia bayesiana nos dice que debemos elegir la que tenga mayor evidencia: $P(\mathbf{d}|H_1)$ o $P(\mathbf{d}|H_2)$. Según lo explicado en la Sección 2.3.2. Interpretar los términos de la ecuación (3.2.19), resulta algo engorroso. Otra manera de escribir la Evidencia cuando el *likelihood* y el *prior* son lineales es la siguiente ([Sambridge et al., 2006](#)):

$$P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) = P(\mathbf{d}|\hat{\mathbf{s}}, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H)P(\hat{\mathbf{s}}, \alpha^2, H)(2\pi)^{M/2}|\mathbf{C}|^{1/2} \quad (3.2.29)$$

Nuestro *prior* es no lineal, pero en nuestro caso de estudio, notamos que la variación de la Evidencia usando las ecuaciones (3.2.19) y (3.2.29) es muy baja, por lo que incorporamos esta expresión a nuestros análisis. Vemos que la Evidencia se compone de cuatro términos: el *likelihood* y el *prior* evaluado en el MAP $\hat{\mathbf{s}}$, un término que depende del número de parámetros M , y el determinante de la matriz de covarianza del *posterior*. La razón entre los términos asociados al *likelihood* y al *prior* son utilizados en el siguiente capítulo, con el fin de determinar un criterio que permita reducir el número de datos.

3.2.2. Caracterización de los modelos competidores

Las hipótesis a modelar son:

- H_1 : Una Falla Finita en el plano superior con mecanismo inverso (Zona Roja en Figura 3.2.1).
- H_2 : Dos Fallas Finitas, una en el plano superior con mecanismo inverso (Zona Roja) y otra en el plano inferior con mecanismo normal (Zona Verde).

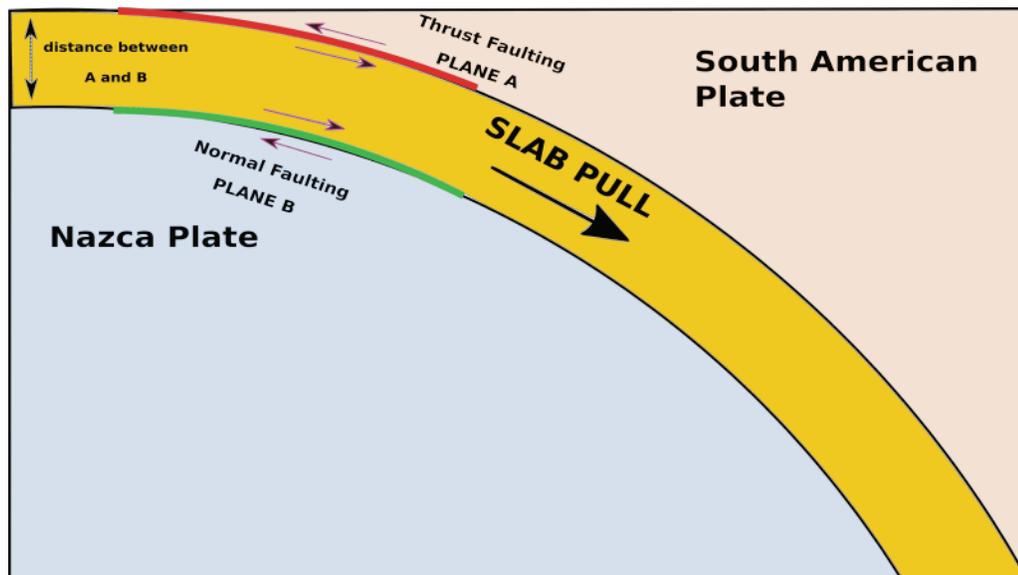


Figura 3.2.1: Esquema del Modelamiento Cosísmico: Las Fallas Finitas A y B, de color rojo y verde, tienen mecanismo inverso y normal, respectivamente. El modelo es un semiespacio homogéneo, por tanto la reología de la placa de Nazca y Sudamericana son las mismas.

El *slab* es parametrizado considerando una zona de fallamiento que se extiende desde $32^{\circ}S$ hasta $39,5^{\circ}S$, aproximadamente paralelo a la fosa, tal que las fallas se emplacen hasta aproximadamente 75 km de profundidad con respecto al origen de la fosa. Límites similares han sido empleados en investigaciones sobre el deslizamiento cosísmico de este terremoto (Wang et al. (2015); Yue et al. (2014); Moreno et al. (2012); Lorito et al. (2011)). Cada subfalla es modelada como dislocación elástica en un semiespacio homogéneo e isotrópico que se comporta como un sólido de *Poisson*. Asignamos un *dip* y profundidad de las subfallas a partir de una interpolación de la geometría del *slab* definida en el modelo *Slab2* (Hayes et al., 2018). En este modelo también se encuentran los valores del *strike* del *slab*, pero considerar el *strike* variable en nuestro modelo complica la teselación de la falla finita mediante rectángulos, por lo que asumimos un *strike* fijo de 18 grados, lo cual es consistente con la solución CMT (CMT (2020); Ekström et al. (2012); Dziewonski et al. (1981)) y de la USGS (USGS, 2020c), y simula de manera adecuada la orientación del plano de falla con respecto a la fosa.

Para el modelo de dos interfases H_2 consideramos que la interfaz inferior es paralela a la superior, con el mismo *dip*, *strike*, pero separada 20 *km*, consistente con la distancia entre bandas de sismicidad sugerida por (Bloch et al., 2018) y utilizada anteriormente en (Aguirre et al., 2019). Para simular un movimiento inverso en la interfaz superior consideramos un *rake* fijo de 110 grados, a partir de la solución CMT. Así, el movimiento normal en la interfaz inferior se logra imponiendo un *rake* de 290 grados. Somos concientes que para modelar más fielmente la fase cosísmica, es ideal invertir también para el *rake* de las subfallas, pero esto complicaría más el proceso de inversión, especialmente en la interfaz inferior donde la resolución esperable es baja.

Una expresión general para la matriz de funciones de Green \mathbf{G} para el problema es:

$$\mathbf{G} = \begin{cases} \mathbf{A} & \text{si } H = H_1 \\ \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} & \text{si } H = H_2 \end{cases} \quad (3.2.30)$$

Donde \mathbf{A} y \mathbf{B} denotan la Funciones de Green del plano superior e inferior, respectivamente (ver Figura (3.2.1)). Además, \mathbf{A} y \mathbf{B} son matrices de dimensión $M \times N$, con M el número de subfallas por plano y N el número de observaciones. Asumimos que para H_2 el número de subfallas por plano es el mismo, luego, hay que invertir para $2M$ parámetros.

Como mencionamos anteriormente, utilizamos una matriz de correlación *Von Karman* \mathbf{R} (ecuación (3.2.6)) para la suavidad en los deslizamientos. Considerando que solo hay correlaciones en el deslizamiento de subfallas de la misma interfaz, la expresión

general para la matriz de correlación queda como:

$$\mathbf{R} = \begin{cases} \mathbf{R}_{upp} & \text{si } H = H_1 \\ \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{upp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_{low} \end{pmatrix} & \text{si } H = H_2 \end{cases} \quad (3.2.31)$$

\mathbf{R} depende también de la Longitud de Correlación L_c y el Parametro de Hurst ν . Valores elevados para la longitud de correlación y el parámetro de Hurst implican mayor suavidad en el slip. [Melgar and Hayes \(2019\)](#) Llega a longitudes de correlación para el Terremoto del Maule *along-strike*, *along-dip* y un parámetro de *Hurst* óptimos de 150, 56 y 0,66, respectivamente. Al promediar ambas longitudes se llega a una longitud de correlación radial de 103 *km*, que consideramos en nuestro modelo. Para la interfaz inferior asumimos el mismo ν que en la interfaz superior. La longitud de correlación ideal para la interfaz inferior puede ser determinada minimizando $ABIC(\alpha, L_c)$, adaptando la ecuación (3.2.24).

Finalmente, el número de subfallas tiene injerencia en el resultado final de la inversión y no es posible determinarlas de una manera objetiva sin antes resolver el problema. El criterio utilizado para determinar el número de subfallas ideal fue elegir uno que posibilite describir la distribución de *slip* adecuadamente, dando cuenta de las variaciones *along-strike* y *along-dip*; que permita un buen ajuste de los datos; que las estructuras de *slip* no queden eclipsadas por altas incertidumbres; y que llegue a soluciones plausibles para las cuatro distintas combinaciones de conjuntos de datos e hipótesis (H_1 GPS, H_2 GPS, H_1 InSAR, H_2 InSAR, H_1 Joint, H_2 Joint).

Un resumen de los parámetros fijos y variables que modelan este problema inverso está en el Cuadro (3.2.1). Con los valores de la Evidencia obtenidos para las hipótesis competidoras H_1 y H_2 , podemos calcular el Factor de Bayes que cuantifica el sustento de los modelos y así establecer cual es más factible con la información disponible.

Resumen de Parámetros para la inversión			
Parámetro	Valor	Hipótesis	Justificación
Extensión a lo largo del strike	Aproximadamente 735 <i>km</i> desde 32,5°S hasta 39,0°S	H_1 y H_2	Wang et al. (2015) Moreno et al. (2012)
Extensión a lo largo del <i>dip</i>	Aproximadamente 215 <i>km</i> ; Profundidad máxima <i>slab</i> 70-80 <i>km</i>	H_1 y H_2	Wang et al. (2015); Moreno et al. (2012)
Número de Subfallas (M)	25 <i>along-strike</i> 10 <i>along-dip</i> . Por plano	H_1 y H_2	Este Trabajo
Dip(δ)	Variable según geometría del <i>slab</i>	H_1 y H_2	Hayes et al. (2018)
Strike(ϕ)	18°	H_1 y H_2	USGS (2020b);CMT (2020)
Rake(λ)	110°	H_1 y H_2 .	USGS (2020b)
Grosor del slab elástico (H_s)	20 <i>km</i>	Solo H_2	Aguirre et al. (2019) Bloch et al. (2018)
Parámetro de Hurst (ν)	0,67 en ambas interfases	H_1 y H_2	Melgar and Hayes (2019)
Long. de Correlación (<i>prior</i>) (L_c)	Superior: 103 <i>km</i> Inferior: A ser determinada con ABIC	H_1 y H_2	Melgar and Hayes (2019)
Long. de Correlación (Covarianza InSAR) (L_{INSAR})	15 <i>km</i>	H_1 y H_2	Fukahata and Wright (2008) Wright et al. (2003)

Cuadro 3.2.1: Resumen de parámetros utilizados para la inversión, definiendo en cual de las hipótesis son empleados y su justificación.

3.3. Algoritmo de Inversión

Los algoritmos para resolver el problema inverso y la selección de modelos para los conjuntos de datos GPS, InSAR y GPS+InSAR son los siguientes:

3.3.1. GPS o InSAR

1. Crear las Funciones de Green para las observaciones y subfallas dadas.
2. Cargar los datos y las matrices de covarianza asociadas.
3. En H_1 : Minimizar $-2 \log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, H))$ (ecuación 3.2.24) mediante una búsqueda en línea para α^2 .
En H_2 : Debemos hallar también la longitud de correlación para el plano inferior óptima, por lo que minimizamos $-2 \log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, L_c, H))$ mediante una búsqueda en una grilla 2D para los datos GPS. El valor de L_c es asumido el mismo en los datos InSAR para evitar la búsqueda en una grilla 2D con muchos datos, lo que implicaría un alto costo computacional.
4. Por cada α^2 o (α^2, L_c) propuesto en el paso anterior, es necesario minimizar la función objetivo (ecuación (3.2.14)). Usamos el método del Gradiente Conjugado de Newton en una región de confianza, descrito en [Nocedal and Wright \(2006\)](#). Una estimación inicial del mínimo debe ser introducida. Para el primer paso usamos $\mathbf{s} = \ln(\mathbf{G}\mathbf{d})$. Para los pasos siguientes usamos el MAP obtenido en el paso anterior.
5. Repetir los pasos 3 y 4 hasta encontrar un mínimo en (3.2.24).
6. Calcular σ^2 , ρ^2 , la matriz de covarianza del *posterior* y la Evidencia (ecuaciones (3.2.17) y (3.2.19), respectivamente). Determinar la media, la varianza y los intervalos de credibilidad de la posterior PDF para poder caracterizarla.
7. Calcular el Factor de Bayes entre H_1 y H_2 (ecuación (2.3.6)) para seleccionar

la óptima a la luz de los datos.

3.3.2. Inversión GPS+InSAR

La única diferencia con la inversión de datos separados es que hay que determinar el peso relativo entre los conjuntos de datos *GPS* e *InSAR*, lo cual significa minimizar $-2 \log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, \gamma^2, H))$, lo cual está dado por la ecuación (3.2.24). Esta minimización es llevada a cabo mediante una búsqueda en una grilla 2D.

3.4. Test Sintéticos

Es necesario probar que los datos disponibles son suficientemente informativos para develar la distribución de deslizamiento cosísmico, idealmente con ambas hipótesis. Mostramos 3 tests de resolución considerando los subconjuntos de datos mencionados en la Sección 3.1: Datos GPS (Figura 3.4.1), 521 datos InSAR (Figura 3.4.2) y 306 datos InSAR (Figura 3.4.3). Diseñamos los tests generando datos sintéticos a partir de la distribución de deslizamiento obtenida en Moreno et al. (2012), la cual es interpolada para nuestra falla finita. Para modelar la interfaz inferior, multiplicamos esta distribución por un factor de 0.5, simulando así menor *slip*. A los desplazamientos sintéticos GPS generados, les impusimos ruido Gaussiano no correlacionado de magnitud 5% de la amplitud del dato, y a partir de estos se intenta recuperar el modelo objetivo por medio de una inversión. Observamos que los modelos recuperados son bastante fieles al modelo objetivo para ambas hipótesis, corroborando que la resolución para la zona de los datos GPS es adecuada.

A diferencia de los datos GPS, los test de resolución InSAR son generados mediante ruido correlacionado con una desviación estándar de $0,1m$. La capacidad de los datos InSAR para recuperar el modelo objetivo es considerablemente peor que la de los datos GPS: Mientras que los modelos objetivos exhiben *slip* cercano a $0m$ en los bordes de la falla, los modelos recuperados, especialmente el de 306 datos, tienden a exagerar la suavidad, mostrando en los bordes *slip* cercano a $2m$. Esto es aún más notorio a la hora de recuperar la distribución en la interfaz inferior. Además, podemos notar en la Figura (3.4.3), que la resolución al sur es peor que en el norte, lo cual se debe a que

la cantidad de datos en esa zona es casi nula (ver Figura 3.1.2). Considerando que la resolución de los datos GPS al sur es bastante buena, inferimos que complementando ambos conjuntos, debería ser posible llegar a soluciones apropiadas, aunque no es del todo seguro que exista resolución suficiente para la interfaz inferior en H_2 .

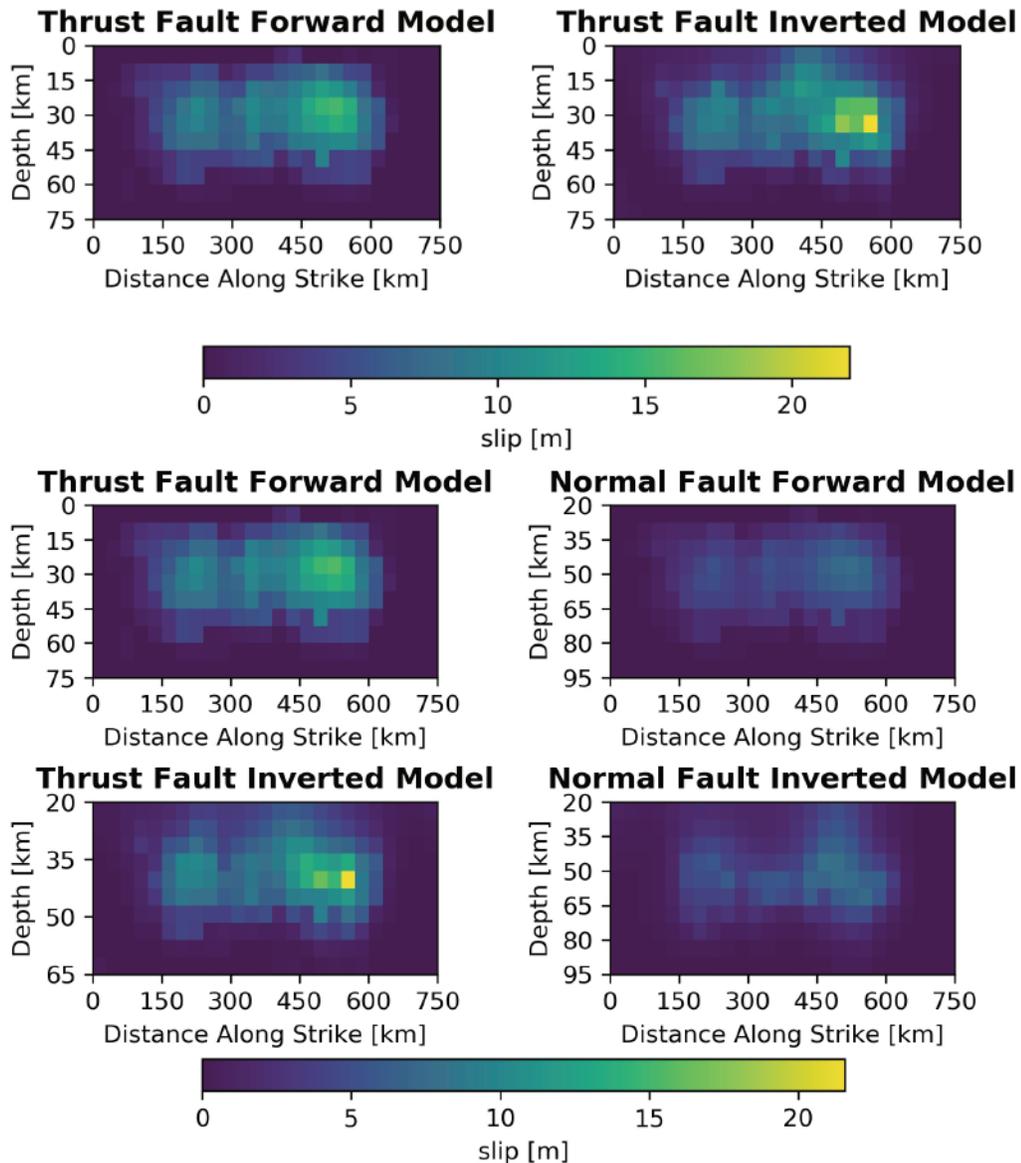


Figura 3.4.1: Test de Resolución con datos GPS para la hipótesis H_1 (paneles superiores) y H_2 (paneles inferiores). Los paneles a la izquierda muestran las distribuciones de *slip* generadoras, las cuales se buscan recuperar. Los paneles a la derecha dan cuenta del modelo recuperado, a partir de la inversión de los datos sintéticos.

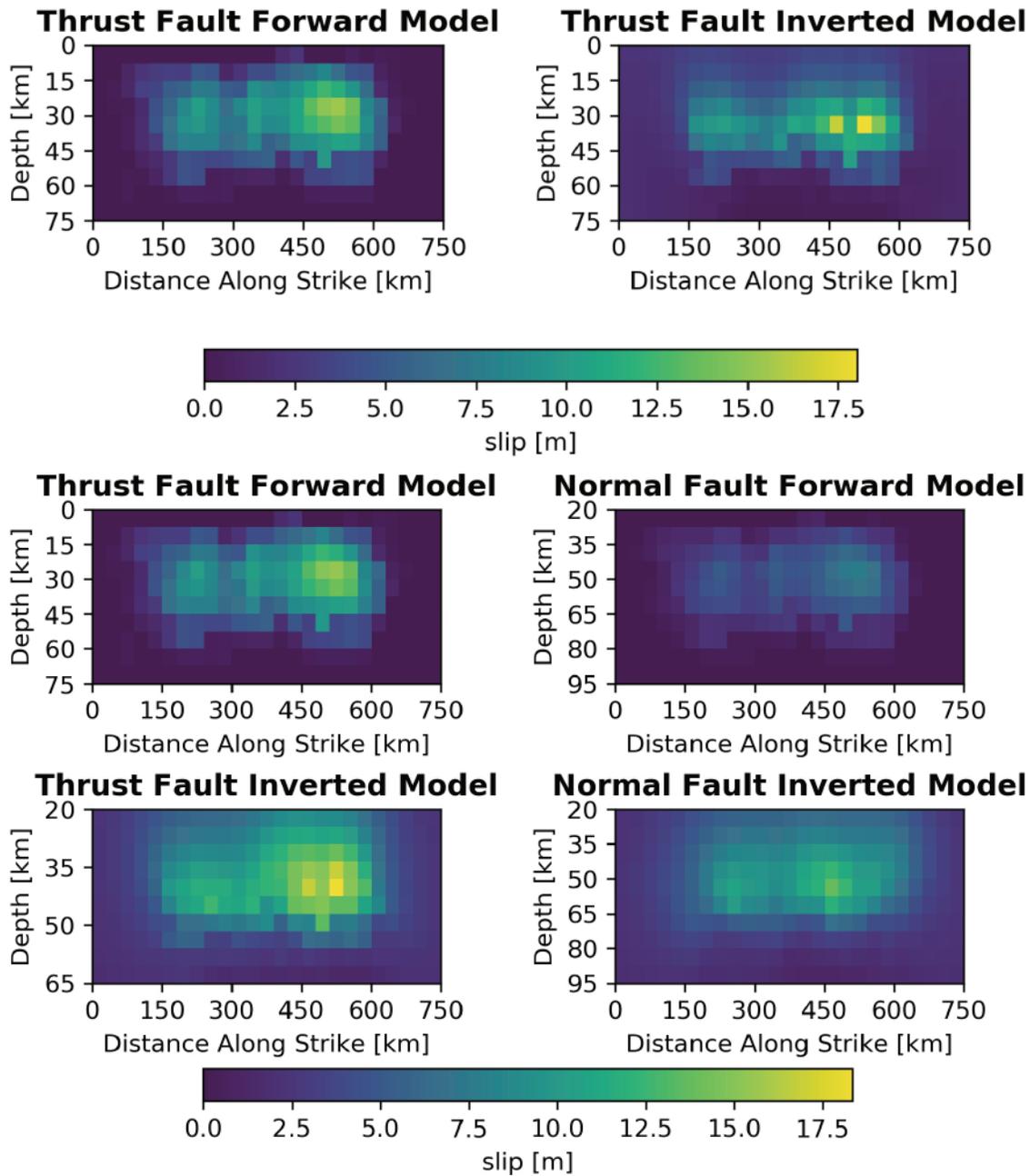


Figura 3.4.2: Test de Resolución con datos InSAR (subconjunto de 521 datos, usado para la inversión solo InSAR). El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 3.4.1).

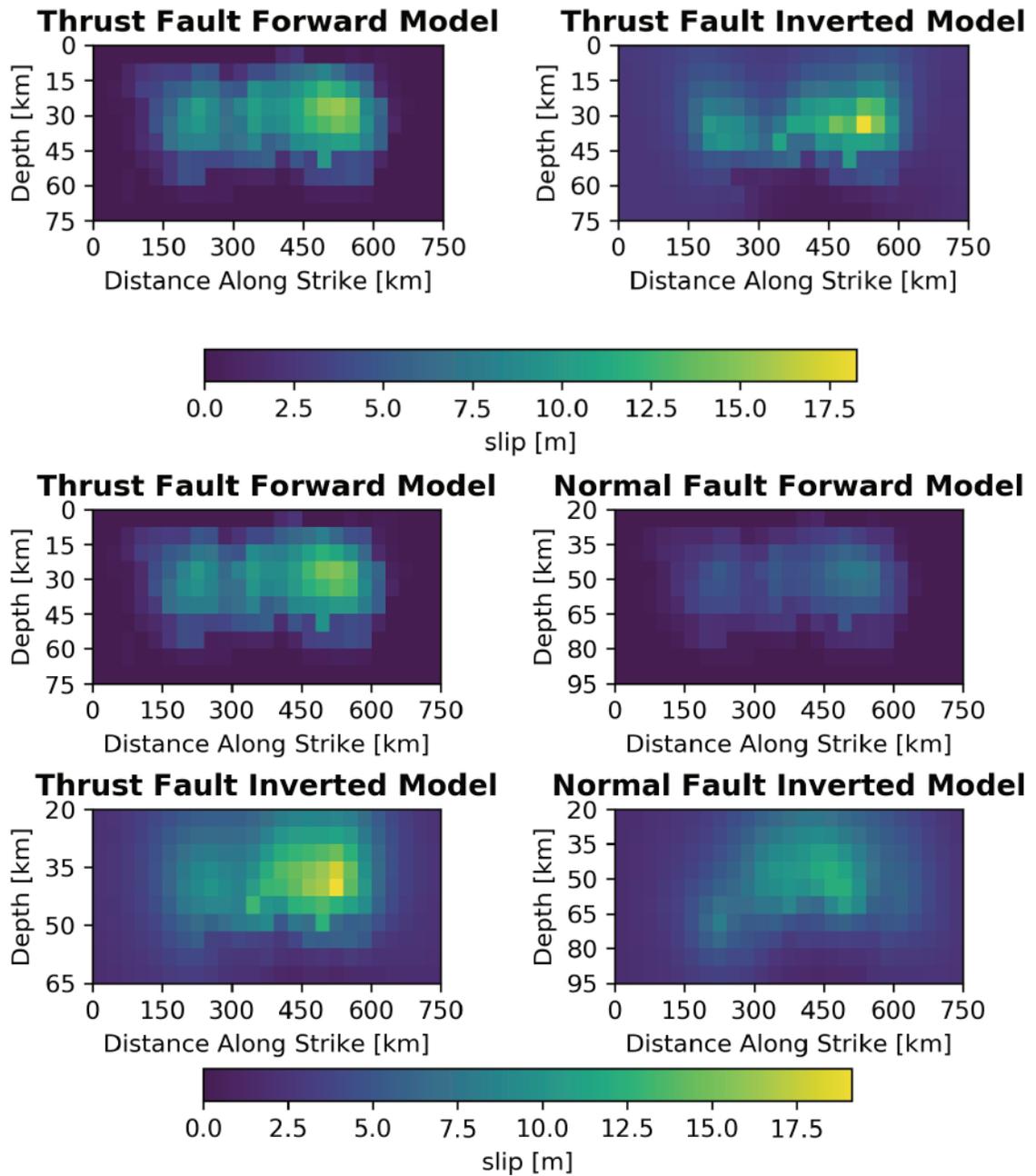


Figura 3.4.3: Test de Resolución con datos InSAR (subconjunto de 306 datos, usado para la inversión GPS+InSAR). El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 3.4.1).

Capítulo 4

Resultados

4.1. Inversión de Datos GPS

Las soluciones MAP de la distribución de deslizamiento para las hipótesis H_1 y H_2 , invirtiendo datos GPS se aprecian en la Figura (4.1.1). Mediante el criterio de maximización de la Evidencia¹, encontramos satisfactoriamente mínimos para los hiperparámetros (ver Figuras Suplementarias S2.1 y S2.2). En el modelo de una interfaz, se observan claramente dos parches con *peaks* de ($> 10m$) de deslizamiento al norte y sur del epicentro. El parche del sur está concentrado aproximadamente bajo la costa, mientras que el parche del norte es más amplio, abarcando desde costa afuera hasta bajo el continente. La gran incertidumbre en la distribución de *slip* en el parche del norte, cerca de la fosa, denotada por los intervalos de credibilidad (CI) del 70 %, sugieren que la resolución no es suficiente para determinar precisamente la extensión y magnitud del parche mediante este conjunto de datos (ver disponibilidad de datos GPS en Figura 4.1.2). En el modelo de dos interfases, en la interfaz superior se observan también dos parches al norte y sur del epicentro, ambos con *peaks* de *slip* cerca de la fosa (15m en el sur; 12m en el norte), donde la resolución de datos es baja. Asimismo, se observa considerable *slip along-strike* en las mismas zonas que el

¹En el texto nos referimos a minimizar $-2\log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, H))$, que es lo mismo que minimizar el ABIC, lo cual es lo mostrado por las Figuras Suplementarias.

modelo de una interfaz. En el caso de la interfaz inferior, el *slip* es perceptible solo en una acotada zona al sur del epicentro, con un elevado *peak* de $13m$. En suma, los *peaks* de *slip* cerca de la fosa, en ambas interfases, se ven eclipsados por las altas incertezas, las cuales están presumiblemente asociadas a la nula disponibilidad de datos hacía la fosa.

Los desplazamientos sintéticos asociados a ambas hipótesis se observan en la Figura (4.1.2): en el caso de los desplazamientos horizontales, ambas hipótesis ajustan bastante bien los datos. Los mayores residuales ($\sim 1,4m$ en H_1 ; $\sim 0,9m$ en H_2) están localizados principalmente al sur de Concepción, (e.g estaciones CAP0, LEBU, STCA). Los desplazamientos verticales presentan claramente mayores residuales (máximo $\sim 1,8m$ en H_1 ; $\sim 1,5m$ en H_2), los cuales pueden ser atribuidos a la mayor varianza reportada en la medición de esta componente, lo que en la inversión se traduce a un menor peso del subconjunto. En términos de residuales y ajuste de los datos, la hipótesis H_2 es superior (ver Cuadro 4.1.1). No obstante, los logaritmos de la evidencia para las hipótesis H_1 y H_2 son $-82,232$ y $-85,534$ respectivamente, lo que significa un Factor de Bayes $B_{12} = 3,301$. Esto indica que a la luz de los datos, la Teoría de Bayes favorece muy fuertemente la hipótesis de una interfaz (H_1) en desmedro de la de dos interfases (H_2), a pesar de que esta última signifique mejoras en el ajuste de los datos.

Parámetro	H_1	H_2
M_w	8,77	Superior: 8,90 Inferior: 8,59
χ^2	0,810	0,765
$\log_{10}(P(\mathbf{d} H))$	$-82,232$	$-85,534$

Cuadro 4.1.1: Parámetros relevantes de la solución conjunto de datos GPS.

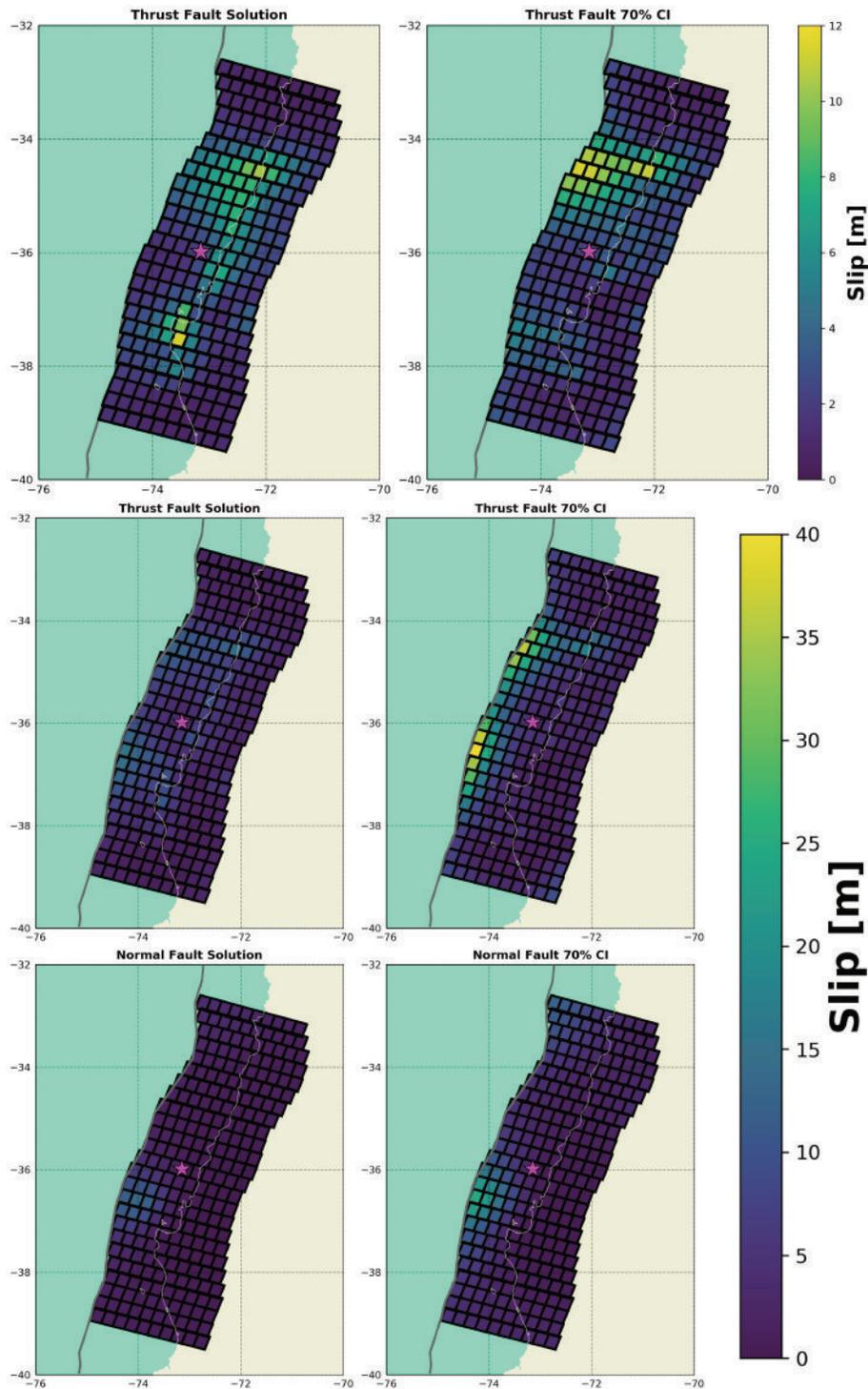


Figura 4.1.1: Distribución de deslizamientos obtenida con datos GPS para ambas hipótesis. Las imágenes muestran las soluciones MAP del *posterior* (paneles a la izquierda) y los CI al 70 % (paneles a la derecha). Los mapas superiores muestra la solución para la hipótesis de una interfaz H_1 y los inferiores para la de dos interfaces H_2 . La localización del Terremoto esta denotada por la estrella rosada.

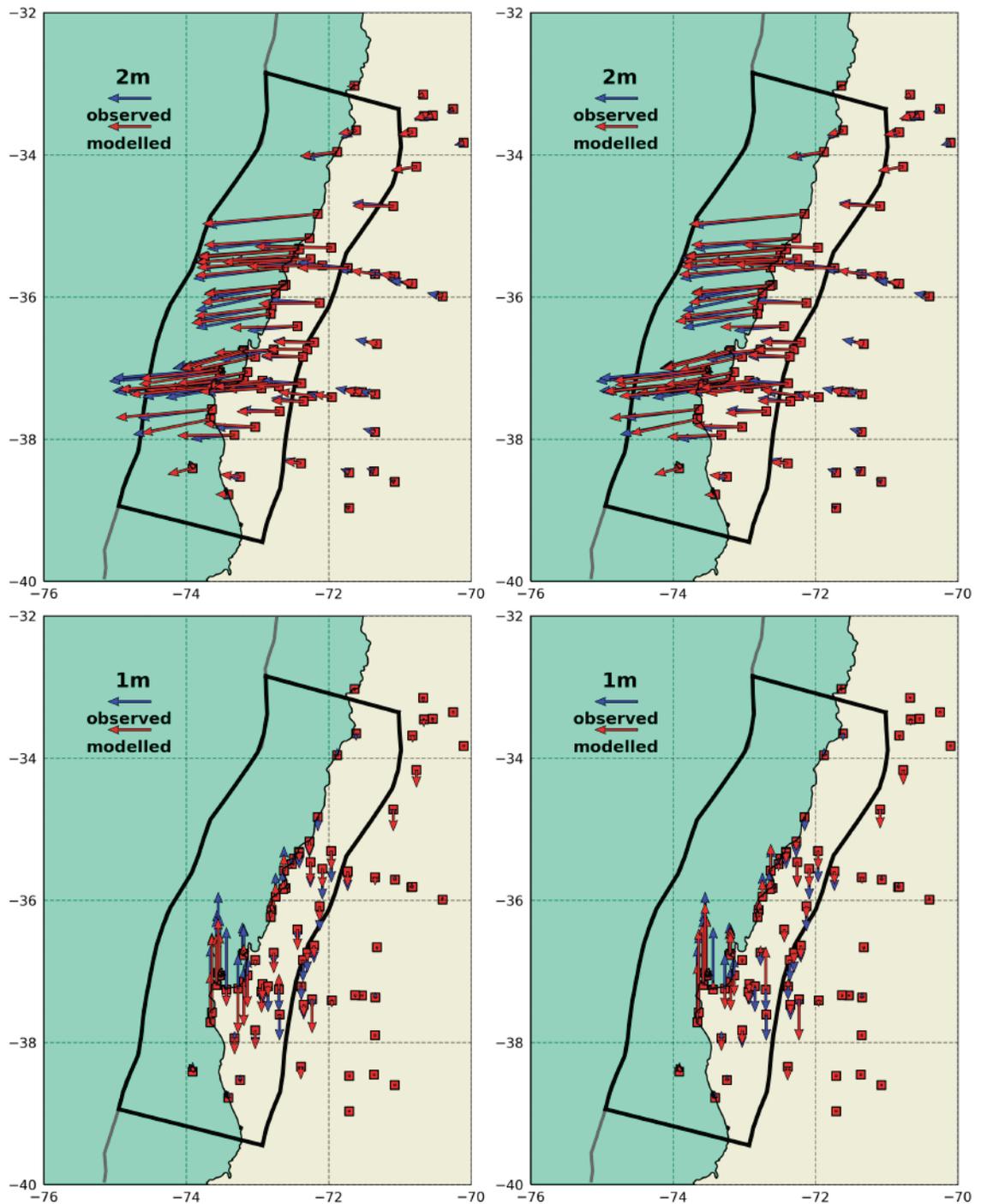


Figura 4.1.2: Desplazamientos GPS observados y modelados, obtenidos mediante una inversión de datos GPS. Panel superior izquierdo: Componente Horizontal Hipótesis H_1 . Panel superior derecho: Componente Horizontal Hipótesis H_2 . Panel inferior izquierdo: Componente Vertical Hipótesis H_1 . Panel inferior derecho: Componente Vertical Hipótesis H_2 .

4.2. Inversión de Datos INSAR

La Figura (4.2.3) muestra la distribución de *slip* obtenida con las 521 observaciones *descending line of sight* de mayor amplitud (desplazamiento $> 1,4m$), recopiladas desde (Tong et al., 2010). La justificación para elegir este subconjunto sobre las 1100 observaciones LOS totales es la siguiente: Como se mencionó en la ecuación (3.2.29), la Evidencia se compone de un término asociado a las PDF *likelihood*, *prior*, *posterior* y otro término que depende del número de parámetros. En nuestra inversión notamos que a medida que aumenta el número de datos, la diferencia entre los términos *log-likelihood* y *log-prior* crece establemente hasta los 631 y 521 datos para H_1 y H_2 , respectivamente (Figura 4.2.1). Tras este punto, el término *log-likelihood* se dispara y la solución tiende a estar dominada por la información de esta PDF, y la suavidad impuesta por el *prior* es ignorada. Así, decidimos usar el subconjunto de 521 datos, al ser efectivo para ambas hipótesis. Con este número de datos, también logramos encontrar mínimos para $-2\log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, H))$ (ver Figuras Suplementarias S2.3 y S2.4), los cuales son muy cercanos a otros mínimos relativos, por lo cual es necesario realizar una búsqueda en la línea bastante rigurosa para no escoger el mínimo incorrecto.

Las soluciones para ambas hipótesis en la interfaz superior son bastante similares, exhibiendo un gran parche con deslizamiento $> 11m$ al norte del epicentro, el cual está localizado más costa afuera que para la inversión con datos GPS. Asimismo, *slip* relativamente bajo se observa fuera de este parche principal, y no se logra evidenciar el parche de alto *slip* al sur del epicentro distinguido en la inversión GPS. Esto se debe posiblemente a que el conjunto de datos InSAR tiene baja resolución en la zona y la disponible exhibe poco desplazamiento (ver Figura 3.1.2). En la interfaz inferior de H_2 , no se observan estructuras relevantes (*slip* máximo $\sim 1m$) con respecto al deslizamiento en la interfaz superior. En términos de ajuste de datos (Figura 4.2.2), ambas hipótesis exhiben bajos residuales: los más altos para ambas hipótesis son $< 0,30m$, y el desplazamiento LOS mínimo es de $1,42m$. Además, diferencias visuales entre la hipótesis de una y dos interfases son difíciles de hallar. Encontramos un χ^2 en H_1 de 0,8769, levemente superior (0,9%) al de H_2 (0,8761). En suma, la mejoría de la hipótesis de dos interfases es ínfima, lo cual se traduce en un $\log_{10} B_{12} = 8,29$

(ver Cuadro 4.2.1), favoreciendo enormemente la hipótesis de una interfaz.

Parámetro	H_1	H_2
M_w	8,78	Superior: 8,81 Inferior: 8,33
χ^2	0.8769	0.8761
$\log_{10}(P(\mathbf{d} H))$	269,491	261,199

Cuadro 4.2.1: Parámetros relevantes de la solución conjunto de datos InSAR.

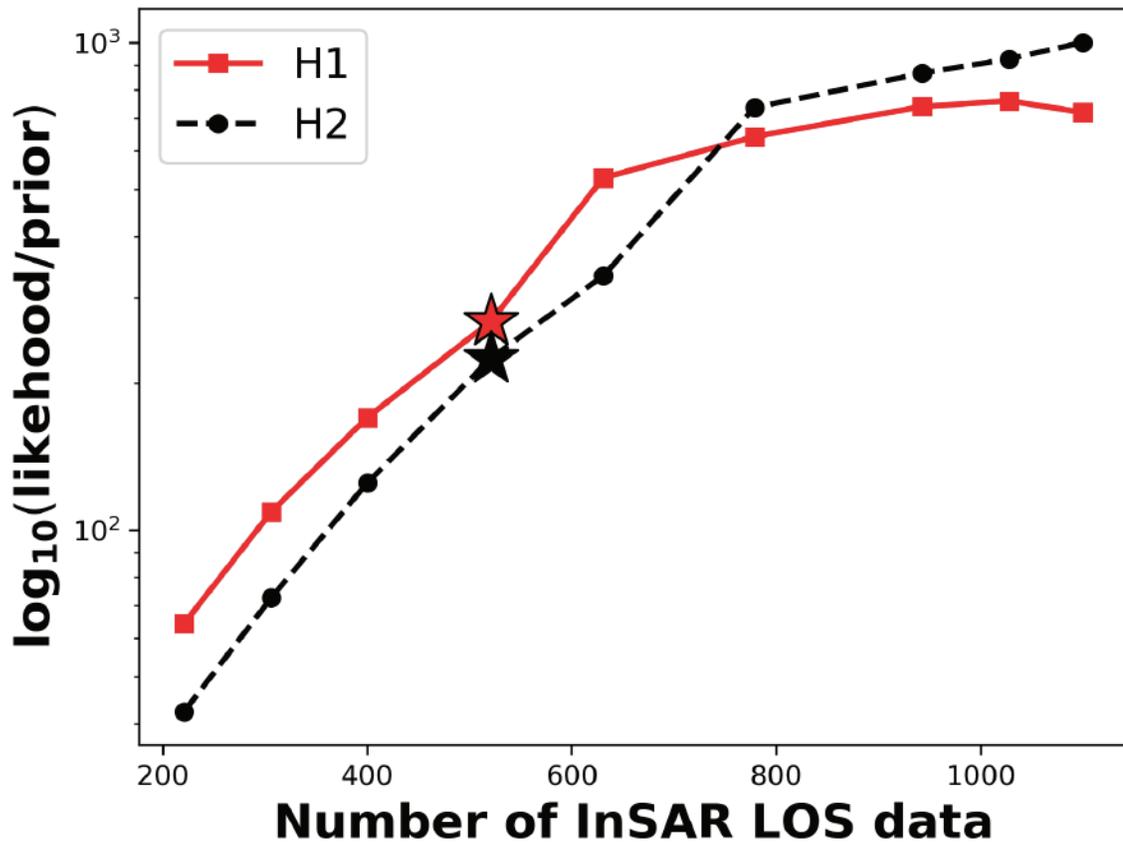


Figura 4.2.1: Variación de la razón entre el logaritmo de las PDFs *likelihood* y *prior* en función del número de datos LOS. La línea roja continua con cuadrados representa la hipótesis H_1 y la línea negra punteada con círculos la hipótesis H_2 . El subconjunto de datos LOS seleccionados para la inversión InSAR se indica con las estrellas.

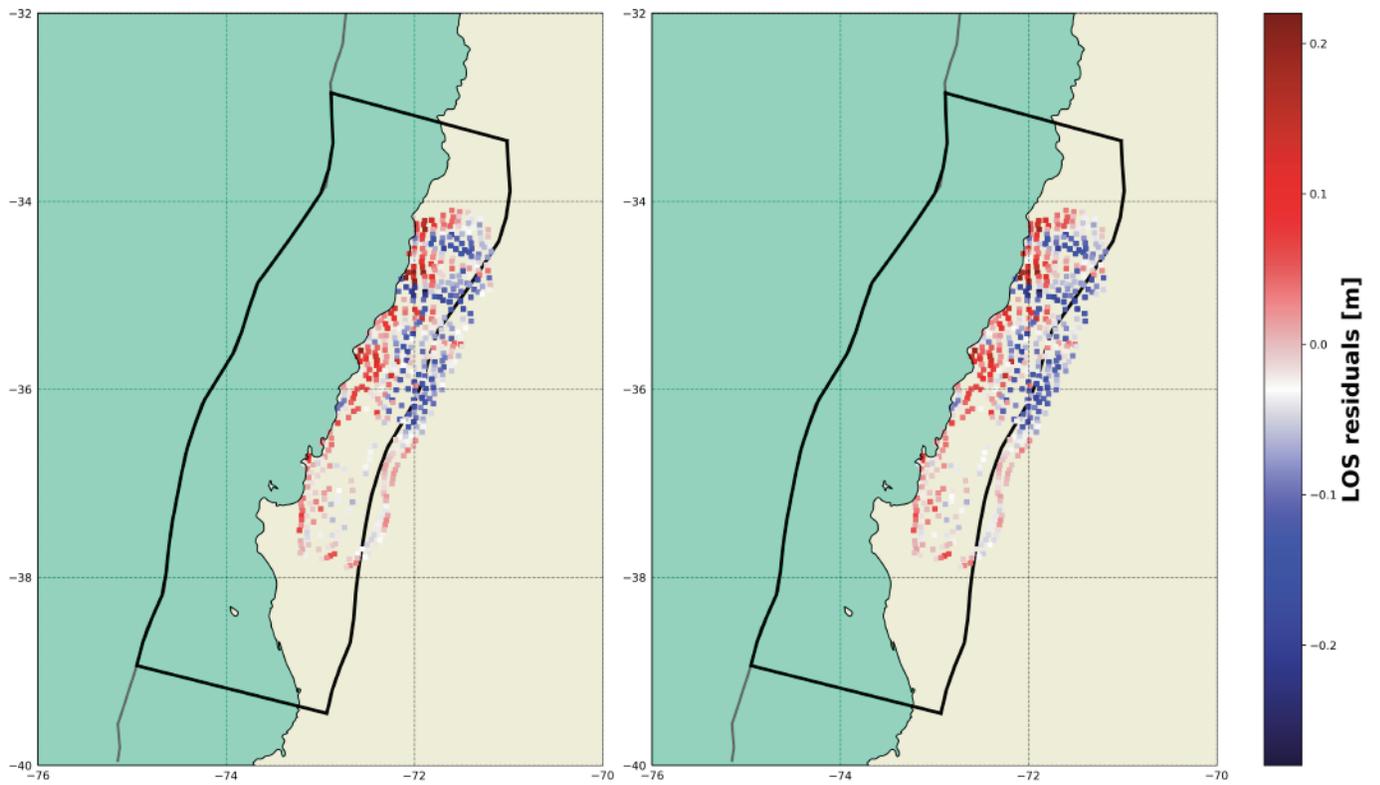


Figura 4.2.2: Residuales LOS obtenidos para la hipótesis H_1 (izquierda) y H_2 (derecha), mediante la inversión de datos InSAR.

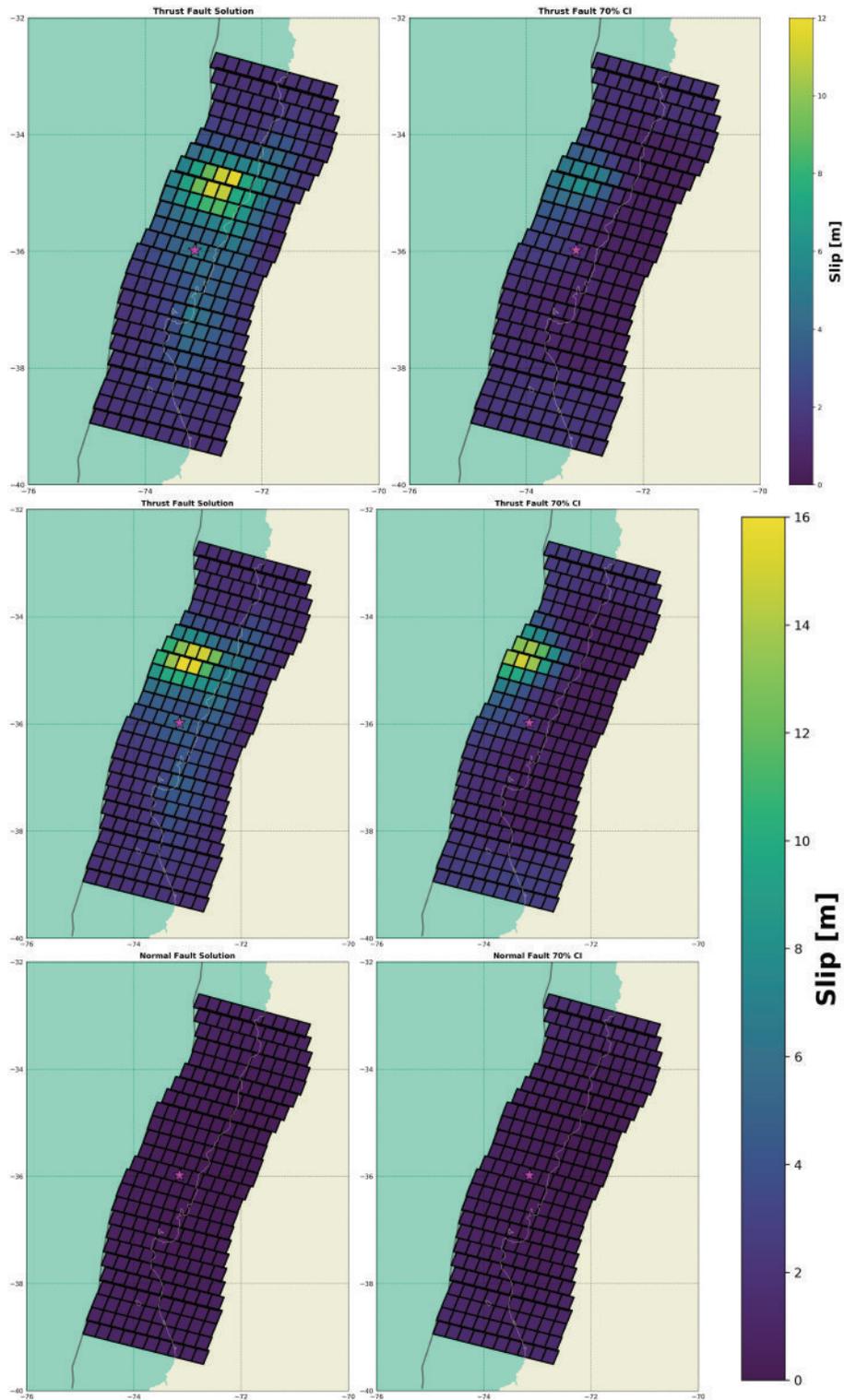


Figura 4.2.3: Distribución de deslizamientos obtenida con datos InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 4.1.1)

4.3. Inversión de Datos GPS+InSAR

Finalmente, mostramos la solución para la inversión en conjunto de 228 datos GPS y 306 datos InSAR LOS en la Figura (4.3.2). Nuevamente nos vemos en la necesidad de justificar porque reducimos (aún más) el número de datos InSAR. Como se mencionó en la metodología, una inversión que maximiza la Evidencia para dos conjuntos de datos distintos significa determinar dos hiperparámetros mediante una búsqueda en grilla: α^2 que es el peso relativo entre la información del *likelihood* y el *prior*, y γ^2 que es el peso relativo entre los conjuntos de datos GPS e InSAR. En la Figura (4.3.1) se muestra la evolución del hiperpárametro $\gamma^2 = \sigma_{GPS}^2 / \sigma_{INSAR}$ en función del número de datos. Se observa que a medida que aumenta el número de datos, γ^2 tiende a decrecer, aumentando el peso relativo de los Datos InSAR. De esta manera, la distribución de *slip* tiende a parecerse mucho a la solución con solo el conjunto de datos InSAR (ver Figura Suplementaria S2.7 y comparar con Figura 4.2.3). Obtuvimos $\gamma_{H_1}^2 = 0,000148$ y $\gamma_{H_2}^2 = 0,000151$ con 306 datos LOS, observando características importantes para el *slip* provenientes de cada conjunto de datos (ver Figuras S2.5 y S2.6 para la minimización de $-2 \log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, \gamma^2, H))$ en 2D). En particular, podemos apreciar que las distribuciones en H_1 y la interfaz superior de H_2 son bastante similares, con dos parches al norte y sur del epicentro: Esta vez, es claro que el parche del norte esta concentrado costa afuera y el del sur está bajo el continente. Las incertidumbres resultan ser menores en la inversión de una interfaz, lo cual ya habíamos observado en las inversiones anteriores. Para H_2 , en la interfaz inferior un *peak* con *slip* $> 7m$ se observa al sur del epicentro en la fosa, pero como en el caso de la inversión de datos GPS, este se ve opacado por la incertidumbre denotada por la amplitud de los intervalos de credibilidad al 70 %.

Para los residuales GPS, el *misfit* χ^2 para las hipótesis H_1 y H_2 es de 0,8962 y 0,85304 respectivamente (ver Cuadro 4.3.1 para más información). Asimismo, visualmente (Figura 4.3.3) se aprecia que los desplazamientos medidos por ambas hipótesis son bastante similares. Los mayores residuales ocurren entre la Bahía de Concepción y Lebu (i.e estaciones STCA, STDO, LEBU), de misma manera que en la inversión de solo el conjunto de datos GPS. Los residuales *line of sight* son también bastante

similares y visualmente tampoco existe una clara distinción entre hipótesis (ver Figura 4.3.4) y la magnitud de los residuales (máximo $< 0,45m$) es considerablemente menor que el desplazamiento observado (mínimo $1,8m$). El χ^2 para este conjunto de datos es de 0,86078 para H_1 y de 0,87649 para H_2 . El χ^2 considerando ambos conjuntos de datos es 0,87594 y 0,86647, para H_1 y H_2 , respectivamente (ver Cuadro 4.3.1). La hipótesis preferida por el criterio Bayesiano es, nuevamente, H_1 , con un Logaritmo del Factor de Bayes $\log_{10} B_{12} = 6,68$, indicando un muy fuerte soporte del modelo más simple de una interfaz sobre el modelo más complejo de dos interfases. La Evidencia Bayesiana selecciona la hipótesis H_1 para las inversiones GPS, InSAR y GPS+InSAR, por lo que creemos que es un resultado consistente para el caso de estudio, y el cual cumple con el principio bayesiano que señala que si una hipótesis o modelo más complejo (e.g H_2) no significa una gran mejora para el entendimiento de un problema con respecto al modelo más simple (H_1), debería preferirse este último.

Es pertinente describir más en profundidad la solución para la hipótesis vencedora H_1 . La solución MAP para el modelo seleccionado GPS+InSAR, superpuesta a la zona de estudio se observa en la Figura (4.3.5). Observamos dos claros parches de deslizamiento al sur y al norte del epicentro; El parche del Norte se ubica costa afuera de Constitución, con un *peak* de deslizamiento de $12,8m$. El parche del sur tiene un *peak* de $10,7m$, bajo el Golfo de Arauco. El *slip medio* para el área de ruptura considerada es de $2,80m$, y empleando un *shear modulus* de $40GPa$, encontramos que la magnitud de Momento del evento es $M_w = 8,76$. La solución describe adecuadamente los desplazamientos GPS horizontales y las observaciones *LOS*, pero altos residuales se observan para los desplazamientos GPS verticales, lo que asociamos principalmente a la varianza estas mediciones. Dado que el *posterior* nos otorga la solución del problema en forma de PDFs, mostramos también las distribuciones marginalizadas para el *slip* de distintas fallas clave en la Figura (4.3.6), que corresponden a las subfallas enumeradas en la Figura (4.3.5). Al observar la forma de las PDF, notamos que efectivamente el *posterior* normal para el logaritmo del *slip* se comporta log-normalmente para el *slip*, lo cual es evidente en la asimetría de las PDFs. Los *peaks* de las PDF dan cuenta de la solución MAP y sus formas indican el estado de información para cada subfalla. Las PDF 3 – 6 describen la información de subfallas ubicadas

bajo una zona donde no hay observaciones: En este caso, las PDF son muy anchas y los intervalos de credibilidad al 70% son más anchos que la solución MAP, dando cuenta que la información disponible en esta zona es imprecisa. Las PDF 8 – 12, muestran un MAP de $> 10m$, y si bien algunas de ellas son bastante anchas (e.g 9 y 10), los CI indican que las soluciones son relativamente confiables. Las PDF 13 – 14 – 15 muestran soluciones MAP con $slip > 4m$ y baja incertidumbre, lo cual se infiere a partir de lo angosto de las funciones. Finalmente, las PDF 19 y 20 indican subfallas con relativamente bajo $slip$ e incertidumbres con respecto a las estructuras dominantes.

Parámetro	H_1	H_2
M_w	8,76	Superior: 8,82 Inferior: 8,45
$\log_{10}(P(\mathbf{d} H))$	39,383	32,702
χ^2_{JOINT}	0.87594	0.86647
χ^2_{GPS}	0.89629	0.85304
χ^2_{INSAR}	0.86078	0.87649

Cuadro 4.3.1: Parámetros relevantes de la solución conjunto de datos GPS+InSAR.

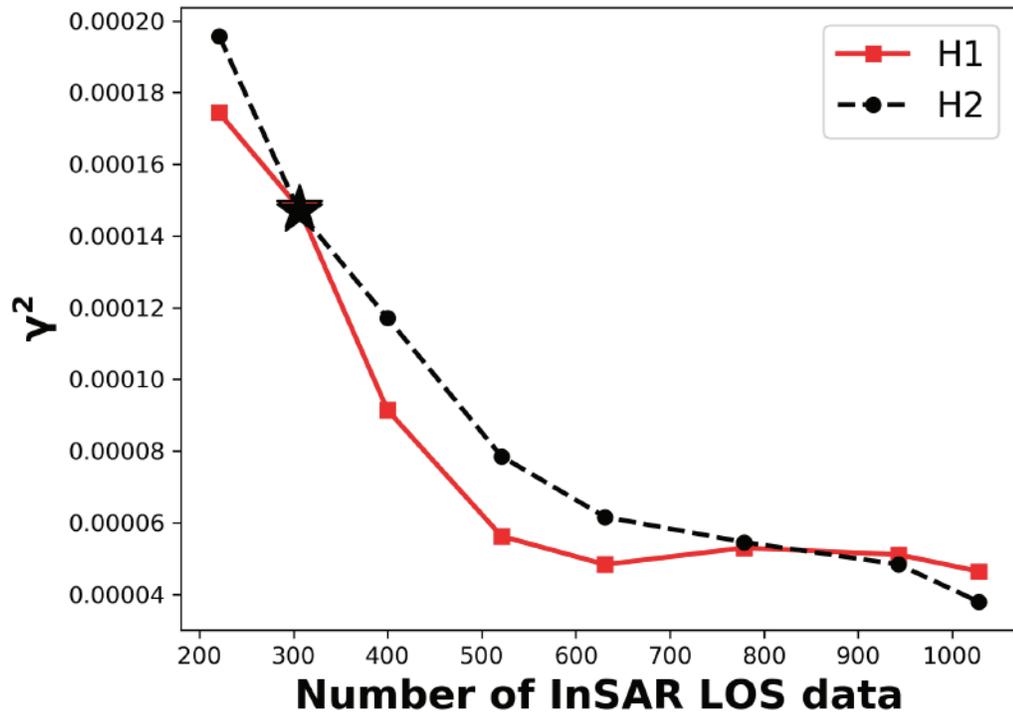


Figura 4.3.1: Variación del hiperparámetro γ^2 en función del número de datos LOS. La línea roja continua con cuadrados representa la hipótesis H_1 y la línea negra punteada con círculos la hipótesis H_2 . El subconjunto de datos LOS para la inversión GPS+InSAR seleccionados se indica con las estrellas.

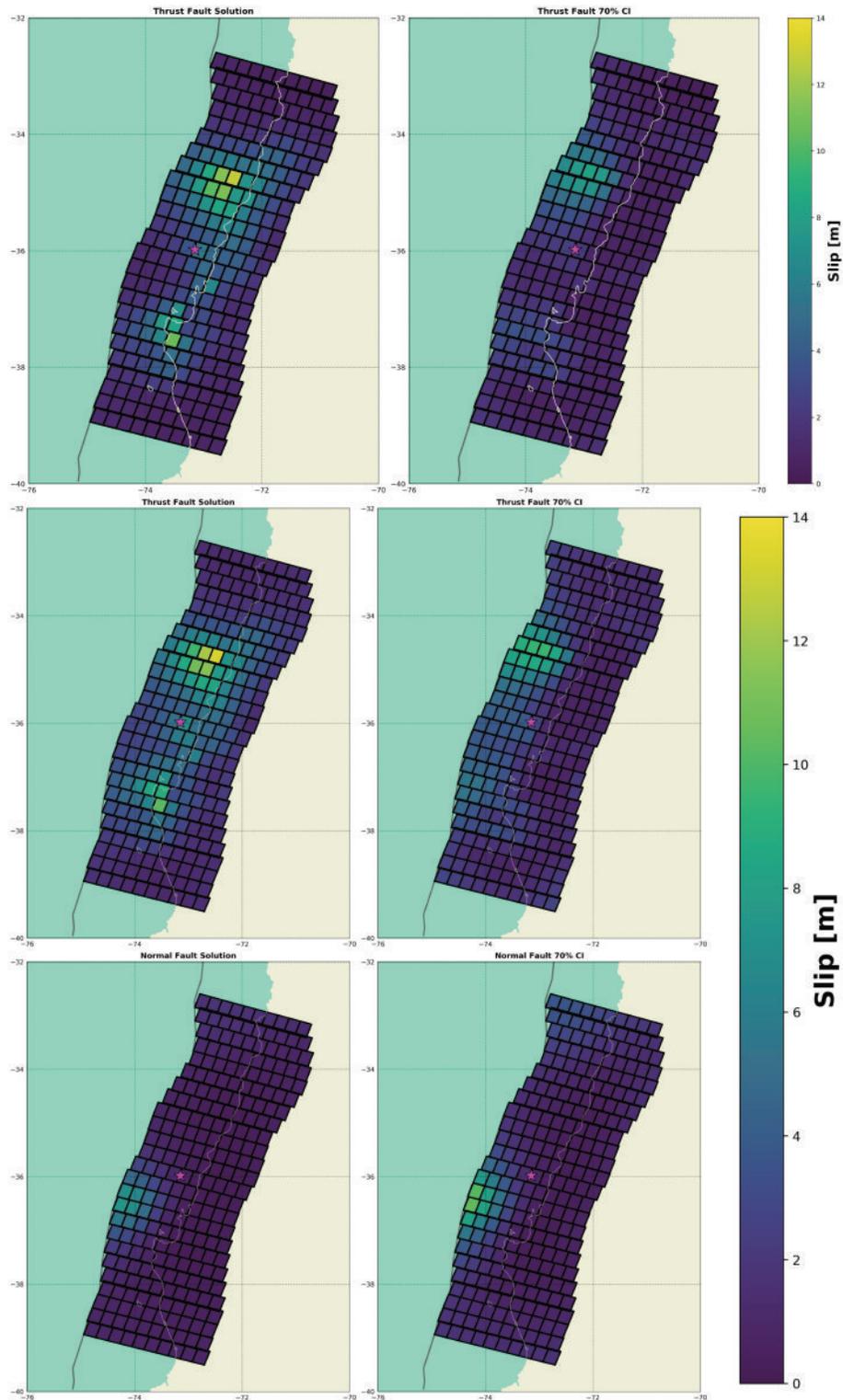


Figura 4.3.2: Distribución de deslizamientos obtenida con datos GPS+InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que para los datos GPS (Figura 4.1.1) e InSAR (Figura 4.2.3).

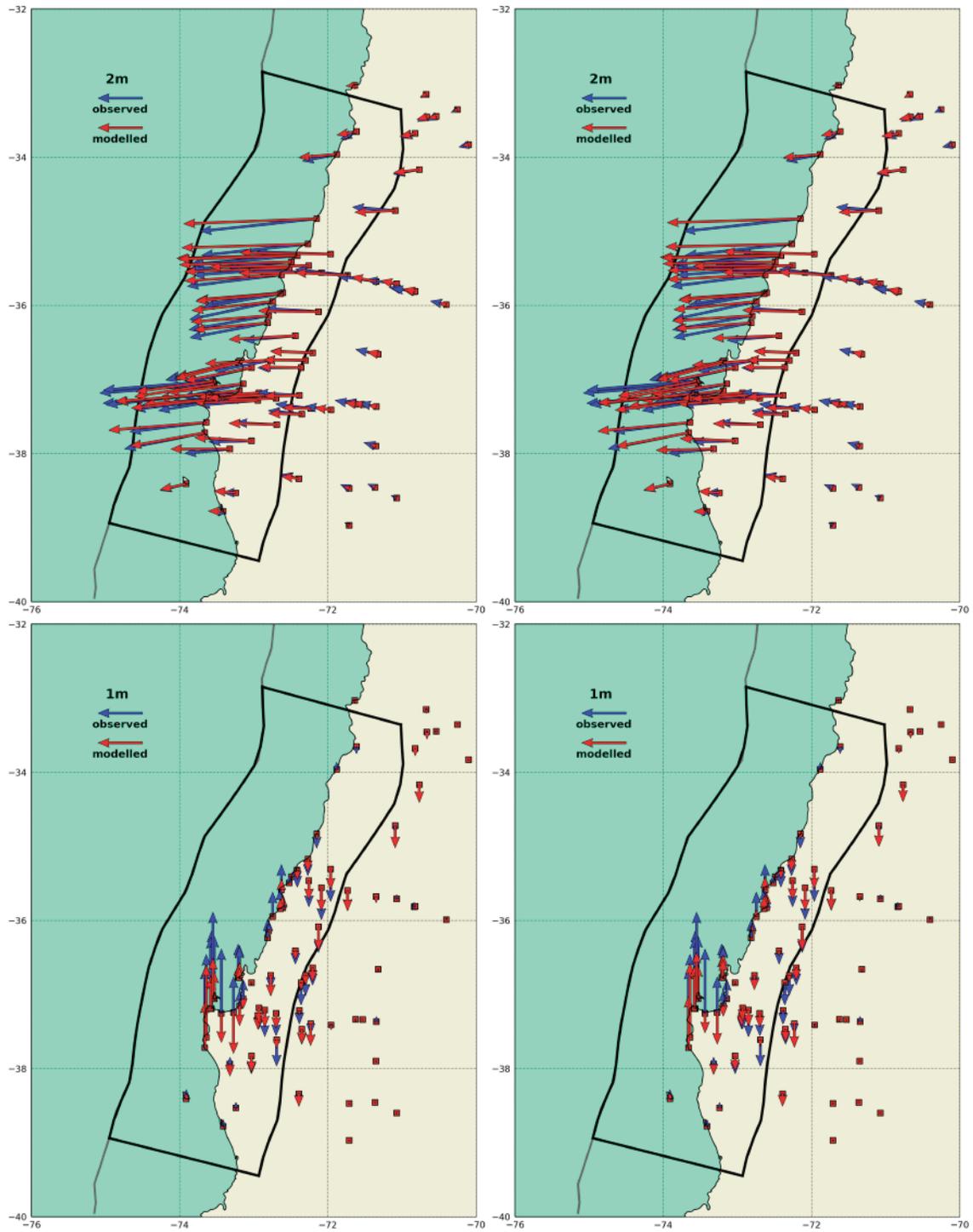


Figura 4.3.3: Desplazamientos GPS observados y modelados, a partir de la inversión de datos GPS+InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que en la Figura (4.1.2)

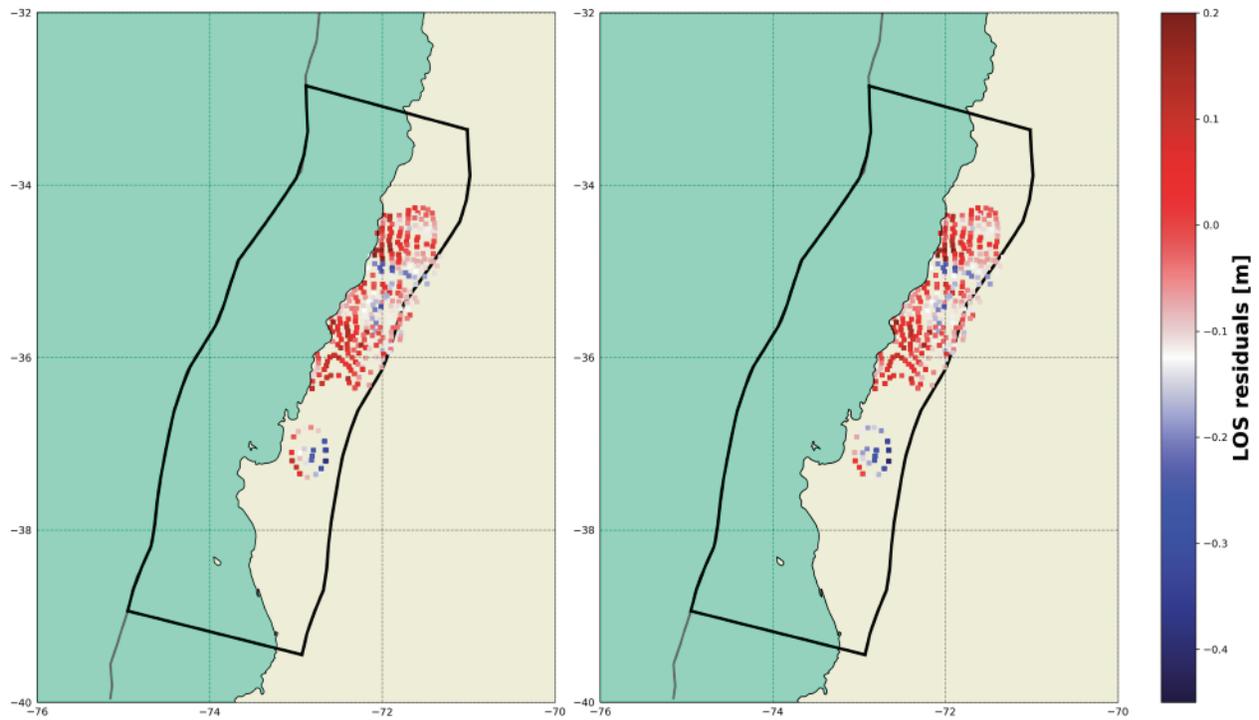


Figura 4.3.4: Residuales LOS obtenidos para la hipótesis H_1 (izquierda) y H_2 (derecha), mediante la inversión de datos GPS+InSAR. El orden de las imágenes es el mismo que en la Figura (4.2.2)

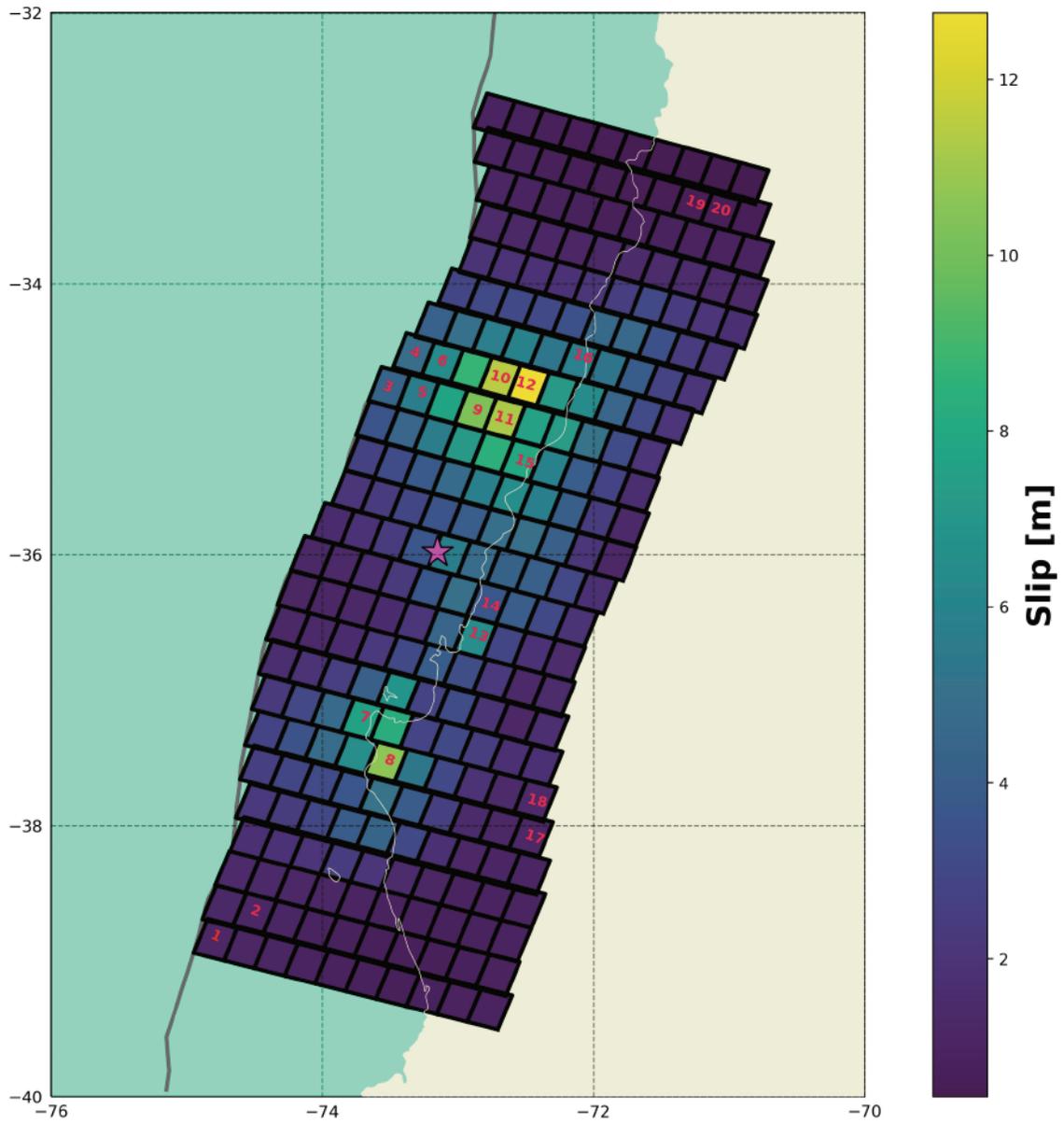


Figura 4.3.5: Solución GPS+InSAR elegida mediante la maximización de la Evidencia, correspondiente a la hipótesis H_1 de una interfaz. Los números rojos corresponden a ciertas subfallas cuyas PDF marginales son presentadas en la Figura 4.3.6.

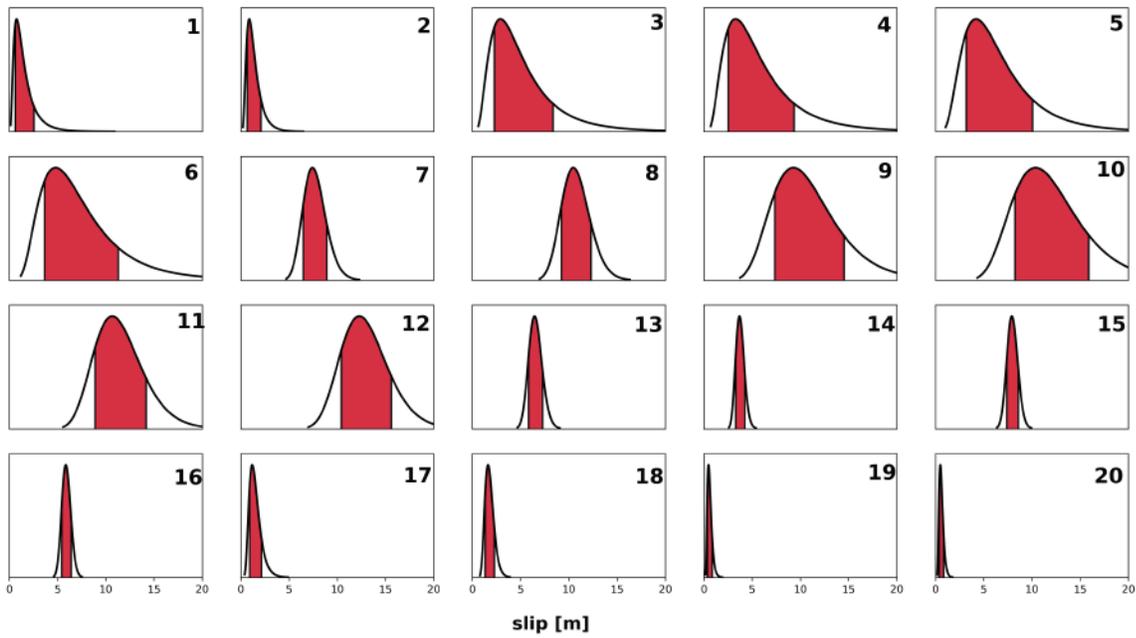


Figura 4.3.6: PDF marginales para el deslizamiento de las subfallas enumeradas en la Figura (4.3.5). Las funciones muestran la probabilidad de que el *slip* tome un valor dado (i.e el estado de información sobre el *slip* de la subfalla). El punto más alto de la PDF corresponde a la solución MAP, y la zona roja indica los intervalos de credibilidad del 70 %. Omitimos la etiqueta en el eje vertical en las PDF ya que todas están normalizadas.

Capítulo 5

Discusión y Conclusiones

Desarrollamos una metodología para determinar la distribución de deslizamiento cosísmico asociada a un Terremoto, mediante una inversión Bayesiana no lineal, que considera un *prior* log-normal sobre el *slip*, de manera similar que en [Benavente et al. \(2019\)](#). La diferencia de esta tesis con respecto a dicho trabajo, es que en vez de usar el principio de discrepancia para determinar los valores de los hiperparámetros, usamos el principio de minimización del ABIC (equivalente a la maximización de la Evidencia), y de esa manera, pudimos también abordar el problema de la selección de modelos. El criterio ABIC ha sido utilizado en anterioridad para modelos cosísmicos e intersísmicos, pero a nuestro conocimiento, esta tesis es pionera en emplearlo imponiendo positividad mediante un *prior* log-normal. Trabajos anteriores consideraron simplemente un *prior* Gaussiano, sin imponer positividad, o bien truncaron la PDF gaussiana, lo que conlleva a errores matemáticos (ver [Fukuda and Johnson \(2008\)](#)). Otro enfoque que supera la dificultad anterior es el de [Nocquet \(2018\)](#), en el cual se expresa el *posterior* como una gaussiana multivariada truncada, para la cual es posible obtener estadísticos de manera semianalítica.

En línea con lo anterior, diseñamos un algoritmo para la inversión y selección de modelos bayesiana que permite comparar dos hipótesis para el deslizamiento cosísmico: La primera asociada a una falla finita en la interfaz superior, lo cual es el modelo

imperante en la literatura. La hipótesis competidora, propone dos fallas finitas, la superior con mecanismo inverso y la inferior con mecanismo normal. Nuestro esquema de inversión permitió llegar a soluciones estables para ambos modelos, tanto con datos geodésicos sintéticos y datos GPS+InSAR reales que registraron el desplazamiento asociado al Terremoto del Maule M_w 8,8 del 2010. Sin embargo, las altas incertidumbres en el *slip* para el modelo de dos interfases, especialmente en la interfaz inferior (asociadas posiblemente a la menor resolución en esta zona, o a que simplemente no es un proceso tectónicamente dominante), se tradujo en que la Evidencia Bayesiana prefiere el modelo de una interfaz. Esto es, que la mejora en el entendimiento del problema mediante el modelo de dos interfases, asociado a una leve reducción en los residuales de los datos disponibles, no es suficiente como para preferirlo por sobre el modelo más simple de una interfaz. Destacamos las virtudes de la Evidencia Bayesiana para el problema de Selección de Modelos, ya que el modelo elegido es claramente el que intuitivamente, parece idóneo. Nuestro anhelo era que el modelo de dos interfases fuera el seleccionado, pero la consistencia del resultado para la inversión GPS, InSAR y GPS+InSAR han dejado bastante claro que no es el caso, al menos para el terremoto y conjuntos de datos que escogimos. La baja resolución en la interfaz inferior, develada por los resultados y test de resolución, hace suponer que considerando más observaciones sería posible dar cuenta de mejor manera su rol. Por ejemplo, a una siguiente inversión podría añadirse los datos *line of sight* ascendente que no utilizamos o datos telesísmicos y de tsunami (ver el trabajo de [Yue et al. \(2014\)](#) que incorpora todos estos conjuntos de datos). Por otro lado, creemos que el modelo de dos interfases podría tener más soporte bayesiano en una inversión para determinar el *slip-rate* intersísmico, ya que en ese caso, el movimiento de las estaciones es consistente a como se movería la interfaz inferior con mecanismo normal, lo cual implica que su existencia sería más intuitiva para los datos.

Nuestro modelo e intervalos de credibilidad al 70 % para los datos GPS+InSAR, con la solución e incertezas 1σ de [Moreno et al. \(2012\)](#) superpuestas, se observa en la Figura (5.0.1). Más allá de las diferencias metodológicas en la inversión y la configuración de los modelos, ambas soluciones son generadas a partir de la inversión de datos geodésicos, pero la solución de [Moreno et al. \(2012\)](#) utiliza una mayor cantidad de

datos: 1932 datos InSAR, 480 observaciones GPS provenientes de 160 estaciones, y 34 observaciones de campo para el desplazamiento vertical. Observamos dos parches de deslizamiento $> 10m$ al norte y al sur del epicentro en ambos modelos, pero el modelo de [Moreno et al. \(2012\)](#) detecta un tercer parche $> 10m$ en la cercanía del epicentro, lo cual no es observado en nuestra solución. Además, los *peaks* de *slip* son algo mayores en la solución de [Moreno et al. \(2012\)](#) ($15m$), que en la nuestra ($13m$). Asimismo, el modelo de [Moreno et al. \(2012\)](#) llega a una Magnitud $M_w = 8,8$ y el nuestro a $M_w = 8,76$. Con todo, teniendo en cuenta que la configuración de nuestra falla finita es un semiespacio homogéneo como subfallas rectangulares, lo cual es bastante simple en comparación con el modelo basado en elementos finitos, con distintas reologías y que considera la topografía de la zona de [Moreno et al. \(2012\)](#), pensamos que nuestra solución describe de manera adecuada la distribución de deslizamientos, y con un buen ajuste de los datos.

([Benavente et al., 2019](#)) menciona que un problema transversal en inversiones de falla finita, y muchas veces no abordado, es el de la estimación de las incertezas de la solución obtenida, proponiendo que los métodos bayesianos, al obtener soluciones en forma de PDFs, permiten obtener soluciones más robustas en este aspecto. Mostramos en la Figura (5.0.1), panel derecho, las incertidumbres de nuestra solución, denotada por los CI al 70%, superpuestas a las incertezas 1σ de [Moreno et al. \(2012\)](#). Notamos que las incertidumbres de nuestro modelo son bastante mayores, con un *peak* de aproximadamente de $8m$ costa afuera, en las cercanías del parche de alto deslizamiento del norte. Las incertidumbres más altas de [Moreno et al. \(2012\)](#) son de alrededor de $3m$, incluso en las zonas donde no existen disponibilidad de datos. Si bien estas diferencias pueden radicar en la precisión de este modelo, asociada a una mayor complejidad metodológica en la parametrización del problema, es posible que esté también relacionada al método de regularización para determinar la suavidad óptima en el deslizamiento. Nosotros utilizamos una matriz de correlación espacial *Von-Karman* sobre el logaritmo del *slip*, para el cual se determina el hiperparámetro óptimo de suavidad maximizando la Evidencia. ([Moreno et al., 2012](#)) utiliza un operador Laplaciano sobre el *slip* para imponer suavidad, y regularizan usando el método de la curva del equilibrio entre el *misfit* de la solución y la suavidad (i.e

la Curva L), el cual puede subestimar las incertidumbres. Creemos que nuestro modelo, a pesar de ser mucho más simple en casi todos los aspectos, al determinar los hiperparámetros mediante un criterio bayesiano que equilibra la información entre las distintas PDF y conjuntos de datos, da cuenta de una manera más robusta las incertidumbres inherentes al proceso de inversión. En suma, incorporando las virtudes de la parametrización compleja de la falla de [Moreno et al. \(2012\)](#) a nuestro modelo Bayesiano podrían obtenerse las incertidumbres en el *slip* de una manera bastante realista.

Es importante mencionar también cuales fueron las limitaciones de nuestro modelo y las dificultades a la hora de efectuar la inversión. Con respecto a la parametrización de la falla, creemos que las más importantes son considerar el *rake* y *strike* fijos, lo cual es una gran simplificación de la geometría del fallamiento y que puede llevar a imprecisiones. Decidimos fijar el *rake* ya que esto reduce el número de parámetros a invertir y lo mismo para el *strike* con el fin de evitar complicaciones con la teselación mediante fallas rectangulares, lo cual podría ser superado a futuro considerando fallas triangulares e irregulares.

Con respecto a la inversión, las PDFs asociadas a nuestro modelamiento dependen de hiperparámetros α^2 , γ^2 y σ_{GPS}^2 determinados mediante una búsqueda del mínimo del ABIC en una línea 1D o bien en una grilla 2D, según corresponda. Vemos de la [Figura S2.1](#), que existen dos mínimos bastantes cercanos para $ABIC(\alpha^2)$ ¹, donde solo uno es el absoluto, llegando potencialmente a soluciones bastante distintas. Por tanto, si este problema se presentó en el caso de la búsqueda en una línea, se debe ser muy riguroso a la hora de lidiar con grillas de más dimensiones, pues se pueden estar pasando por alto los mínimos absolutos. Asimismo, existen parámetros como las longitudes de correlación, el parámetro de Hurst y el número de subfallas, los cuales fueron determinados gracias a relaciones empíricas o resultados de trabajos anteriores. Mientras más elecciones *a priori* sobre los parámetros con un grado de incertidumbre tomamos, más aumenta el sesgo de nuestra investigación. Para un trabajo a futuro, sería ideal reducir el número de parámetros a determinar *a*

¹En las imágenes suplementarias nos referimos al ABIC, lo cual es equivalente a minimizar $-2 \log(p(\mathbf{d}|\alpha^2, H))$

priori, o bien considerarlos como hiperparámetros y estimarlos mediante el proceso de inversión, aunque como se mencionó anteriormente, aumentar mucho el número de hiperparámetros dificulta mucho la búsqueda de un mínimo de absoluto. Una forma para superar este problema podría ser diseñar una inversión que muestre el *posterior* de parámetros e hiperparámetros (Wang et al. (2015); Fukuda and Johnson (2008)). Aunque estos métodos tienen un costo computacional bastante alto, parece ser un paso sensato a tomar para un trabajo con objetivos similares al de esta tesis.

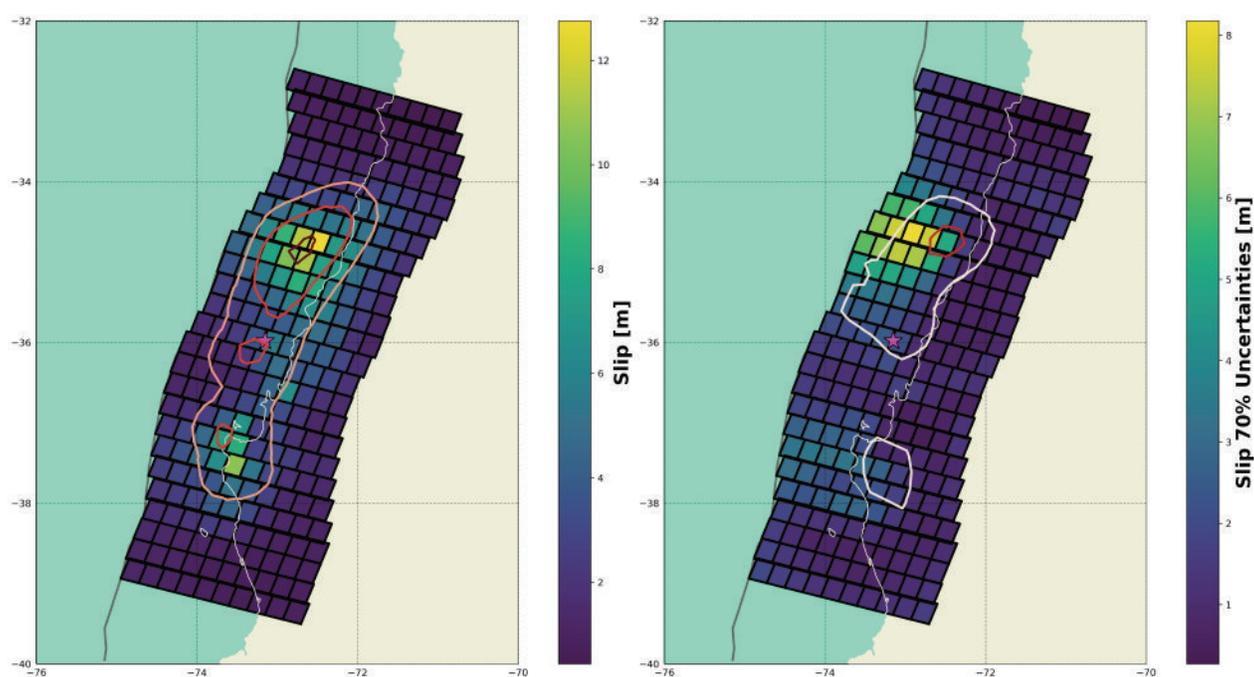


Figura 5.0.1: Distribución de deslizamientos (Panel izquierdo) y sus incertidumbres (Panel derecho), con los contornos de *slip* e incertezas de Moreno et al. (2012) superpuestos. En el panel izquierdo, los contornos café claro, rojo y café oscuro representan contornos de *slip* de 5, 10 y 15 metros, respectivamente. En el panel izquierdo, los contornos blancos y rojos representan contornos de 1,5 y 2,5 metros, respectivamente.

Bibliografía

- Agata, R. (2020). Introduction of covariance components in slip inversion of geodetic data following a non-uniform spatial distribution and application to slip deficit rate estimation in the Nankai Trough subduction zone. *Geophysical Journal International*, 221(3):1832–1844.
- Aguirre, L., Bataille, K., Novoa, C., Peña, C., and Vera, F. (2019). Kinematics of subduction processes during the earthquake cycle in Central Chile. *Seismological Research Letters*, 90(5):1779–1791.
- Aki, K. and Richards, P. G. (2002). *Quantitative Seismology*.
- Amey, R., Hooper, A., and Walters, R. (2018). A Bayesian Method for Incorporating Self-Similarity into Earthquake Slip Inversions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(7):6052–6071.
- Angermann, D., Klotz, J., and Reigber, C. (1999). Space-geodetic estimation of the Nazca-South America Euler vector. *Earth and Planetary Science Letters*, 171(3):329–334.
- Benavente, R., Dettmer, J., Cummins, P. R., and Sambridge, M. (2019). Efficient Bayesian uncertainty estimation in linear finite fault inversion with positivity constraints by employing a log-normal prior. *Geophysical Journal International*, 217(1):469–484.
- Bilek, S. L. and Lay, T. (2018). Subduction zone megathrust earthquakes. *Geosphere*, 14(4):1468–1500.
- Bloch, W., Schurr, B., Kummerow, J., Salazar, P., and Shapiro, S. A. (2018). From Slab Coupling to Slab Pull: Stress Segmentation in the Subducting Nazca Plate. *Geophysical Research Letters*, 45(11):5407–5416.

- Brudzinski, M. R., Thurber, C. H., Hacker, B. R., and Engdahl, E. R. (2007). Global Prevalence of Double Benioff Zones. *Science*, 316(5830):1472–1474.
- Campos, J., Hatzfeld, D., Madariaga, R., Lopez, G., Kausel, E., Zollo, A., Iannacone, G., Fromm, R., Barrientos, S., and Lyon-Caen, H. (2002). A seismological study of the 1835 seismic gap in south-central Chile. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 132(1-3):177–195.
- CMT (2020). *Global Centroid Moment Tensor Project*. <https://www.globalcmt.org>.
- Crempien, J. G., Urrutia, A., Benavente, R., and Cienfuegos, R. (2020). Effects of earthquake spatial slip correlation on variability of tsunami potential energy and intensities. *Scientific reports*, 10(1):1–10.
- CSN (2020). *Catálogo de Sismos por día*. <http://www.sismologia.cl/>.
- Dziewonski, A., Chou, T.-A., and Woodhouse, J. H. (1981). Determination of earthquake source parameters from waveform data for studies of global and regional seismicity. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 86(B4):2825–2852.
- Ekström, G., Nettles, M., and Dziewoński, A. (2012). The global CMT project 2004–2010: Centroid-moment tensors for 13,017 earthquakes. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 200:1–9.
- Fukahata, Y., Nishitani, A., and Matsu’ura, M. (2004). Geodetic data inversion using ABIC to estimate slip history during one earthquake cycle with viscoelastic slip-response functions. *Geophysical Journal International*, 156(1):140–153.
- Fukahata, Y. and Wright, T. J. (2008). A non-linear geodetic data inversion using ABIC for slip distribution on a fault with an unknown dip angle. *Geophysical Journal International*, 173(2):353–364.
- Fukuda, J. and Johnson, K. M. (2008). A Fully Bayesian Inversion for Spatial Distribution of Fault Slip with Objective Smoothing. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 98(3):1128–1146.
- Funning, G. J., Fukahata, Y., Yagi, Y., and Parsons, B. (2014). A method for the joint inversion of geodetic and seismic waveform data using ABIC: application to the 1997 Manyi, Tibet, earthquake. *Geophysical Journal International*, 196(3):1564–1579.

- Govers, R., Furlong, K. P., Van de Wiel, L., Herman, M., and Broerse, T. (2018). The Geodetic Signature of the Earthquake Cycle at Subduction Zones: Model Constraints on the Deep Processes. *Reviews of Geophysics*, 56(1):6–49.
- Hasegawa, A., Umino, N., and Takagi, A. (1978). Double-planed structure of the deep seismic zone in the northeastern Japan arc. *Tectonophysics*, 47(1-2):43–58.
- Hayes, G. P., Bergman, E., Johnson, K. L., Benz, H. M., Brown, L., and Meltzer, A. S. (2013). Seismotectonic framework of the 2010 February 27 M_w 8.8 Maule, Chile earthquake sequence. *Geophysical Journal International*, 195(2):1034–1051.
- Hayes, G. P., Moore, G. L., Portner, D. E., Hearne, M., Flamme, H., Furtney, M., and Smoczyk, G. M. (2018). Slab2, a comprehensive subduction zone geometry model. *Science*, 362(6410):58–61.
- Hicks, S. P. and Rietbrock, A. (2015). Seismic slip on an upper-plate normal fault during a large subduction megathrust rupture. *Nature Geoscience*, 8(12):955–960.
- Igarashi, T., Matsuzawa, T., Umino, N., and Hasegawa, A. (2001). Spatial distribution of focal mechanisms for interplate and intraplate earthquakes associated with the subducting Pacific plate beneath the northeastern japan arc: A triple-planed deep seismic zone. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 106(B2):2177–2191.
- Kanamori, H. (1977). The energy release in great earthquakes. *Journal of geophysical research*, 82(20):2981–2987.
- Kass, R. E. and Raftery, A. E. (1995). Bayes factors. *Journal of the american statistical association*, 90(430):773–795.
- Klotz, J., Khazaradze, G., Angermann, D., Reigber, C., Perdomo, R., and Cifuentes, O. (2001). Earthquake cycle dominates contemporary crustal deformation in Central and Southern Andes. *Earth and Planetary Science Letters*, 193(3-4):437–446.
- Lorito, S., Romano, F., Atzori, S., Tong, X., Avallone, A., McCloskey, J., Cocco, M., Boschi, E., and Piatanesi, A. (2011). Limited overlap between the seismic gap and coseismic slip of the great 2010 Chile earthquake. *Nature Geoscience*, 4(3):173–177.
- MacKay, D. J. and Mac Kay, D. J. (2003). *Information theory, inference and learning algorithms*. Cambridge university press.

- Mai, P. M. and Beroza, G. C. (2002). A spatial random field model to characterize complexity in earthquake slip. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 107(B11):ESE-10.
- Melgar, D. and Hayes, G. P. (2019). The Correlation Lengths and Hypocentral Positions of Great Earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 109(6):2582–2593.
- Mitsuhata, Y., Uchida, T., Murakami, Y., and Amano, H. (2001). The fourier transform of controlled-source time-domain electromagnetic data by smooth spectrum inversion. *Geophysical Journal International*, 144(1):123–135.
- Moreno, M., Klotz, J., Melnick, D., Echtler, H., and Bataille, K. (2008). Active faulting and heterogeneous deformation across a megathrust segment boundary from GPS data, south central Chile (36 – 39°S). *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 9(12).
- Moreno, M., Melnick, D., Rosenau, M., Baez, J., Klotz, J., Oncken, O., Tassara, A., Chen, J., Bataille, K., Bevis, M., et al. (2012). Toward understanding tectonic control on the M_w 8.8 2010 Maule Chile earthquake. *Earth and Planetary Science Letters*, 321:152–165.
- Moreno, M., Rosenau, M., and Oncken, O. (2010). 2010 maule earthquake slip correlates with pre-seismic locking of Andean subduction zone. *Nature*, 467(7312):198–202.
- Nealy, J. L. and Hayes, G. P. (2015). Double point source W-phase inversion: Real-time implementation and automated model selection. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 249:68–81.
- Nocedal, J. and Wright, S. (2006). *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.
- Nocquet, J.-M. (2018). Stochastic static fault slip inversion from geodetic data with non-negativity and bound constraints. *Geophysical Journal International*, 214(1):366–385.
- Okada, Y. (1985). Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the seismological society of America*, 75(4):1135–1154.

- Olson, A. H. and Apsel, R. J. (1982). Finite faults and inverse theory with applications to the 1979 Imperial Valley earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72(6A):1969–2001.
- Rietbrock, A., Ryder, I., Hayes, G., Haberland, C., Comte, D., Roecker, S., and Lyon-Caen, H. (2012). Aftershock seismicity of the 2010 Maule $M_w = 8.8$, Chile, earthquake: correlation between co-seismic slip models and aftershock distribution? *Geophysical Research Letters*, 39(8).
- Ruegg, J., Rudloff, A., Vigny, C., Madariaga, R., De Chabalier, J., Campos, J., Kausel, E., Barrientos, S., and Dimitrov, D. (2009). Interseismic strain accumulation measured by GPS in the seismic gap between Constitución and Concepción in Chile. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 175(1-2):78–85.
- Sambridge, M., Gallagher, K., Jackson, A., and Rickwood, P. (2006). Trans-dimensional inverse problems, model comparison and the evidence. *Geophysical Journal International*, 167(2):528–542.
- Savage, J. C. (1983). A Dislocation Model of Strain Accumulation and Release at a Subduction Zone. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 88(B6):4984–4996.
- Scholz, C. H. (2019). *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge university press.
- Schurr, B., Asch, G., Hainzl, S., Bedford, J., Hoehner, A., Palo, M., Wang, R., Moreno, M., Bartsch, M., Zhang, Y., et al. (2014). Gradual unlocking of plate boundary controlled initiation of the 2014 Iquique earthquake. *Nature*, 512(7514):299–302.
- Segall, P. (2010). *Earthquake and volcano deformation*. Princeton University Press.
- Sippl, C., Schurr, B., Asch, G., and Kummerow, J. (2018). Seismicity Structure of the Northern Chile Forearc From >100,000 Double-Difference Relocated Hypocenters. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(5):4063–4087.
- Sivia, D. and Skilling, J. (2006). *Data analysis: a Bayesian tutorial*. OUP Oxford.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*, volume 89. siam.

- Tong, X., Sandwell, D., Luttrell, K., Brooks, B., Bevis, M., Shimada, M., Foster, J., Smalley Jr, R., Parra, H., Báez Soto, J. C., et al. (2010). The 2010 Maule, Chile earthquake: Downdip rupture limit revealed by space geodesy. *Geophysical Research Letters*, 37(24).
- Trotta, R. (2008). Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology. *Contemporary Physics*, 49(2):71–104.
- USGS (2020a). *20 Largest Earthquakes in the World*. <https://www.usgs.gov/natural-hazards/earthquake-hazards/science/20-largest-earthquakes-world>.
- USGS (2020b). *Earthquake Glossary*. <https://earthquake.usgs.gov/learn/glossary/?term=Benioff%20zone>.
- USGS (2020c). *Maule Earthquake 2010 Summary*. https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eventpage/official20100227063411530_30/executive.
- van de Schoot, R., Depaoli, S., King, R., Kramer, B., Märtens, K., Tadesse, M. G., Vannucci, M., Gelman, A., Veen, D., Willemsen, J., et al. (2021). Bayesian statistics and modelling. *Nature Reviews Methods Primers*, 1(1):1–26.
- Vera, F. O. (2016). SLAB MODEL EN ZONAS DE SUBDUCCIÓN: Distribución espacial de deslizamiento cosísmico basado en una evaluación sismo-geodésica desde registros GPS y Fase-W para el terremoto de Tohoku-Oki de 2011.
- Vigny, C., Socquet, A., Peyrat, S., Ruegg, J.-C., Métois, M., Madariaga, R., Morvan, S., Lancieri, M., Lacassin, R., Campos, J., et al. (2011). The 2010 M_w 8,8 Maule Megathrust Earthquake of Central Chile, Monitored by GPS. *Science*, 332(6036):1417–1421.
- Wang, K. and Tréhu, A. M. (2016). Invited review paper: Some outstanding issues in the study of great megathrust earthquakes—The Cascadia example. *Journal of Geodynamics*, 98:1–18.
- Wang, L., Zöller, G., and Hainzl, S. (2015). Joint Determination of Slip and Stress Drop in a Bayesian Inversion Approach: A Case Study for the 2010 M8,8 Maule Earthquake. *Pure and Applied Geophysics*, 172(2):375–388.
- Wright, T. J., Lu, Z., and Wicks, C. (2003). Source model for the M_w 6,7, 23 October 2002, Nenana Mountain Earthquake (Alaska) from InSAR. *Geophysical Research*

Letters, 30(18).

Yabuki, T. and Matsu'ura, M. (1992). Geodetic data inversion using a Bayesian information criterion for spatial distribution of fault slip. *Geophysical Journal International*, 109(2):363–375.

Yue, H., Lay, T., Rivera, L., An, C., Vigny, C., Tong, X., and Baez Soto, J. C. (2014). Localized fault slip to the trench in the 2010 Maule, Chile $M_w = 8,8$ earthquake from joint inversion of high-rate GPS, teleseismic body waves, InSAR, campaign GPS, and tsunami observations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119(10):7786–7804.

Apéndice

S1. Cálculo de la Evidencia

La ecuación (3.2.12) permite determinar la Evidencia integrando el *likelihood* (ecuación 3.2.8) y el *prior* (ecuación 3.2.4) sobre el espacio de parámetros. Utilizando el cambio de variables $\alpha^2 = \frac{\sigma^2}{\rho^2}$, la Evidencia queda como:

$$\begin{aligned}
 P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) &= \int P(\mathbf{d} | \mathbf{s}, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) P(\mathbf{s} | \rho^2, H) d\mathbf{s} \\
 &= (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-(N+M)/2} \|\mathbf{E}(\gamma^2)\|^{-1/2} \|\alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \\
 &\times \int \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{GPS}^2} \psi(\mathbf{s})\right) d\mathbf{s} \tag{S1.1}
 \end{aligned}$$

Denotemos la integral de la ecuación (S1.1) como I . Utilizando la aproximación de la función objetivo ψ de segundo orden vista en la Metodología (ecuación (3.2.15)), podemos escribir I como:

$$\begin{aligned}
 I &= \int \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{GPS}^2} \left(\psi(\hat{\mathbf{s}}) + \frac{1}{2}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})^T \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}})(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})\right)\right] d\mathbf{s} \\
 &= \exp\left(-\frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{2\sigma_{GPS}^2}\right) \int \left(-\frac{1}{2\sigma_{GPS}^2}(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})^T \frac{1}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}})(\mathbf{s} - \hat{\mathbf{s}})\right) d\mathbf{s} \tag{S1.2}
 \end{aligned}$$

Usando la siguiente identidad (Tarantola (2005); Mitsuhata et al. (2001)):

$$\int \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}\right) d\mathbf{x} = (2\pi)^{M/2} \|\mathbf{B}\|^{-1/2} \tag{S1.3}$$

En donde \mathbf{B} es una matriz definida positiva (condición necesaria para nuestra matriz Hessiana), se llega a que:

$$I = \exp\left(-\frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{2\sigma_{GPS}^2}\right) (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{M/2} \left\| \frac{1}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}}) \right\|^{-1/2} \quad (\text{S1.4})$$

Y reemplazando esta ecuación (S1.4) en (S1.1) se llega a:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2, H) &= (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-(N+M)/2} \|\mathbf{E}(\gamma^2)\|^{-1/2} \|\alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \\ &\times \exp\left(-\frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{2\sigma_{GPS}^2}\right) (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{M/2} \left\| \frac{1}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}}) \right\|^{-1/2} \\ &= (2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-N/2} \|\alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L}\|^{1/2} \|\mathbf{E}(\gamma^2)\|^{-1/2} \left\| \frac{1}{2} \nabla \nabla \psi(\hat{\mathbf{s}}) \right\|^{-1/2} \\ &\times \exp\left(-\frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{2\sigma_{GPS}^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{S1.5})$$

Obteniendo así la ecuación (3.2.19). Notamos que esta expresión para la Evidencia no es exacta, ya que tampoco lo es la aproximación de segundo orden en torno al MAP para la función objetivo. (Benavente et al., 2019) sugiere que mientras la Matriz Hessiana sea definida positiva, la aproximación de segundo orden debería ser un acercamiento adecuado al valor real de la función objetivo. De las condiciones para maximizar la Evidencia en función de los hiperparámetros (ecuaciones (3.2.20), (3.2.21) y (3.2.22)), podemos obtener una expresión para σ_{GPS}^2 derivando la Evidencia con respecto a este hiperparámetro:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(\mathbf{d}|\alpha^2, \sigma_{GPS}^2, \gamma^2)}{\partial \sigma_{GPS}^2} = 0 &\iff \frac{\partial}{\partial \sigma_{GPS}^2} \left[(2\pi\sigma_{GPS}^2)^{-N/2} \exp\left(-\frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{2\sigma_{GPS}^2}\right) \right] = 0 \\ &\implies \sigma_{GPS}^2 = \frac{\psi(\hat{\mathbf{s}})}{N} \end{aligned}$$

Que es lo mismo que muestra la ecuación (3.2.23).

S2. Figuras Suplementarias

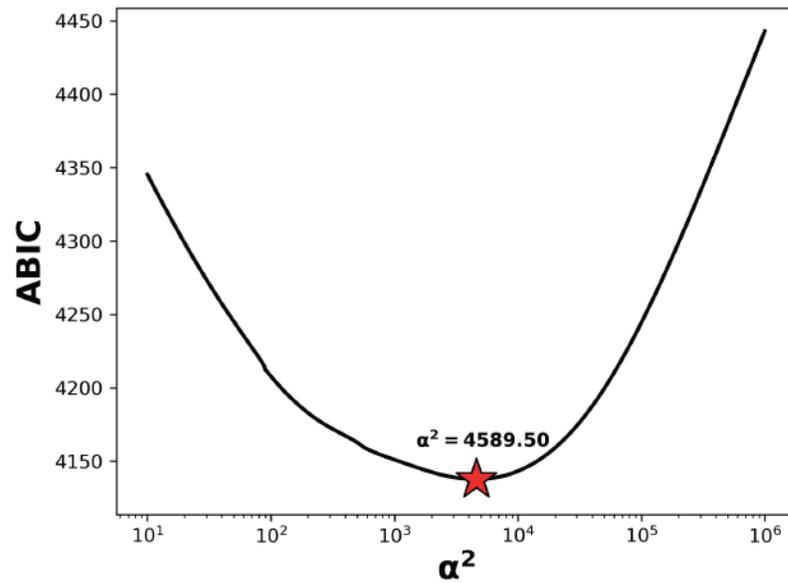


Figura S2.1: Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos GPS, hipótesis H_1

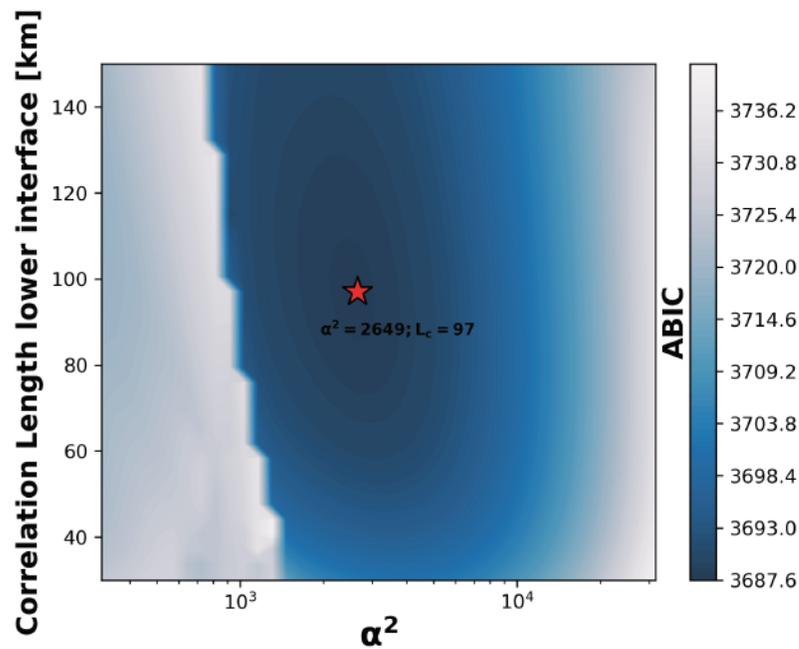


Figura S2.2: Minimización de $ABIC(\alpha^2, L_c)$ para el conjunto de datos GPS, hipótesis H_2

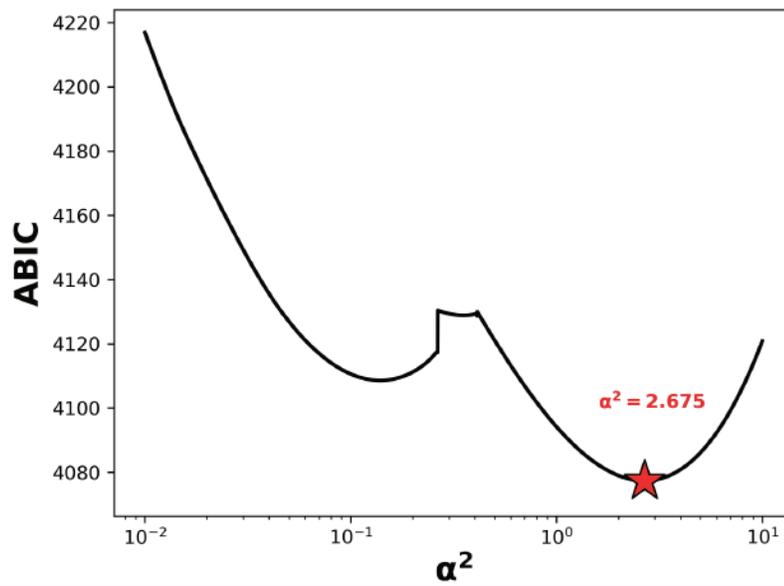


Figura S2.3: Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos InSAR, hipótesis H_1

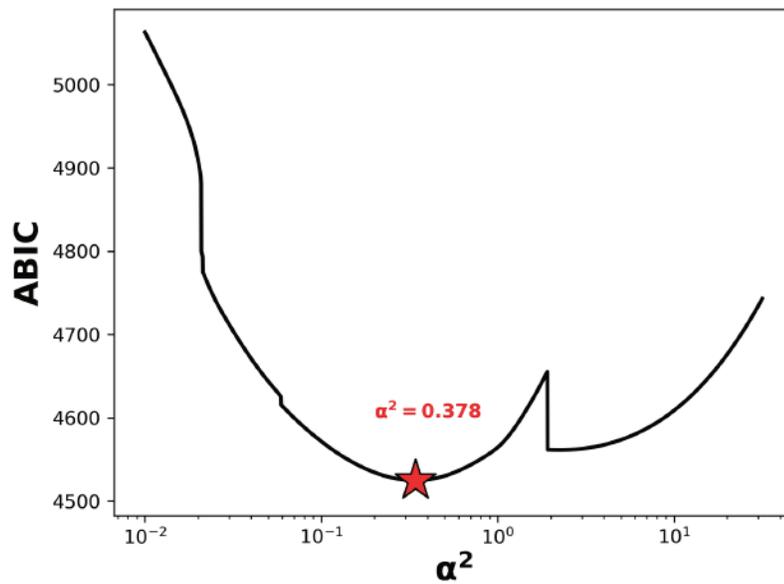


Figura S2.4: Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos InSAR, hipótesis H_2

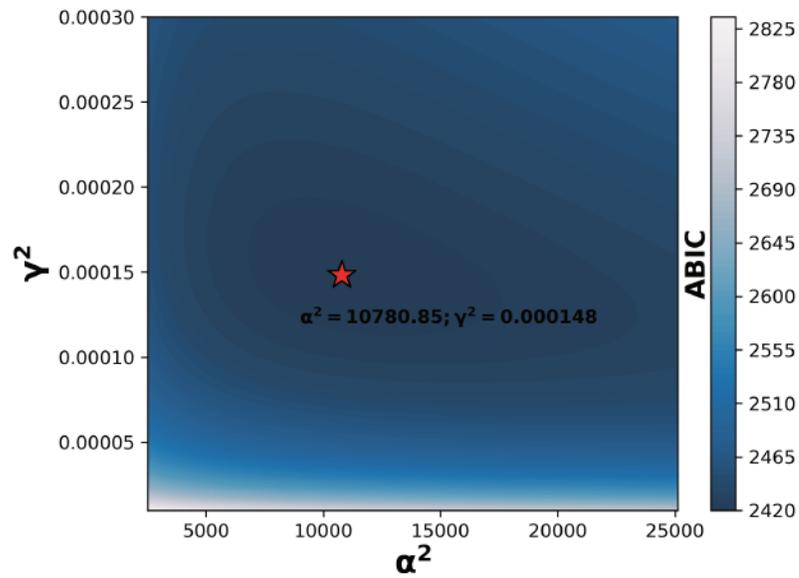


Figura S2.5: Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos GPS+InSAR, hipótesis H_1

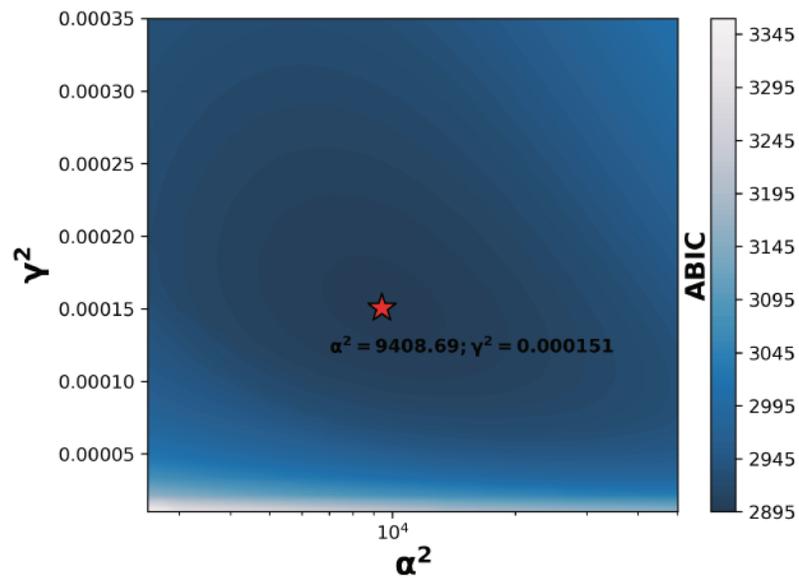


Figura S2.6: Minimización de $ABIC(\alpha^2)$ para el conjunto de datos GPS+InSAR, hipótesis H_2

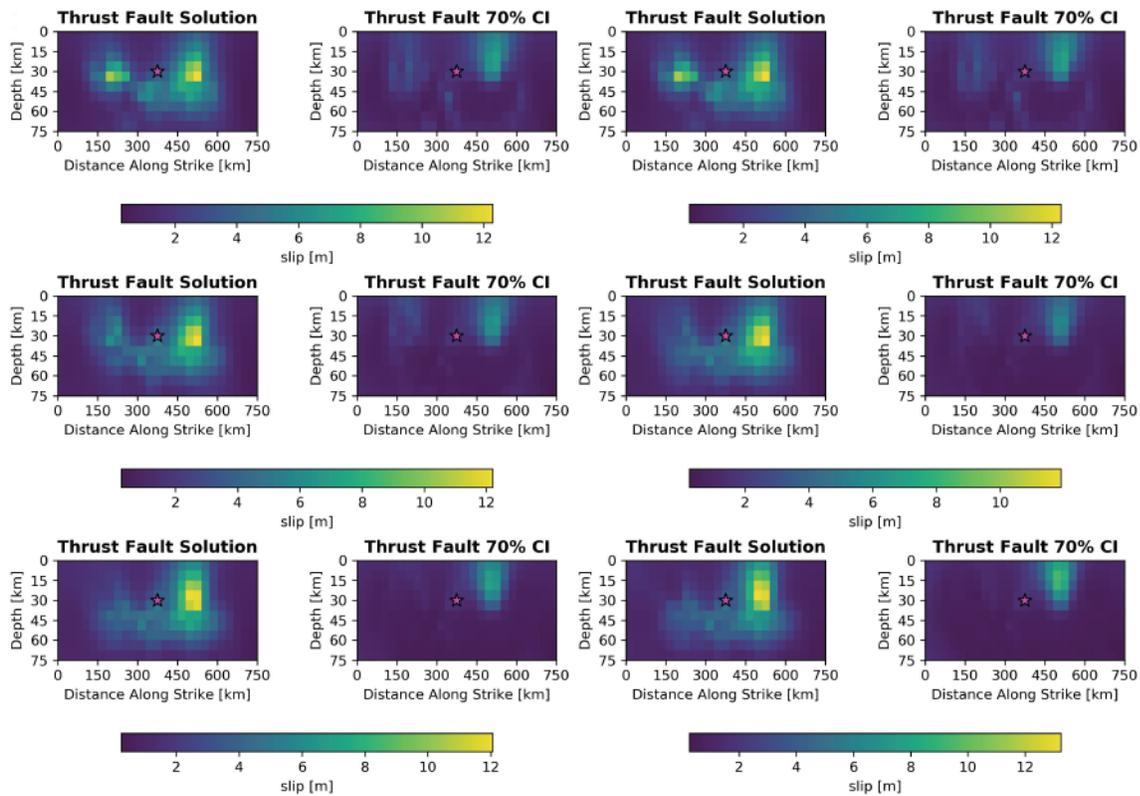


Figura S2.7: Solución para la Inversión *Joint* considerando, desde izquierda a derecha y de arriba a abajo, 221, 306 (la solución mostrada en los resultados), 400, 521, 631 y 943 datos InSAR.