

**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y**  
**MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA**



**Scattering de ondas sísmicas en altas frecuencias  
producto de las heterogeneidades al interior de  
la Tierra.**

**Nicolás Carreño Rojas**

**Habilitación Profesional  
para optar al Título de Geofísico**

**Julio, 2019**

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA

**Scattering de ondas sísmicas en altas frecuencias  
producto de las heterogeneidades al interior de  
la Tierra.**

**Nicolás Carreño Rojas**

**Habilitación Profesional  
para optar al Título de Geofísico**

Profesor Guía:  
Dr. Klaus Bataille B.

Comisión:  
Dr. Jaime Belmonte., Dra. Ignacia Calisto



Julio, 2019



---

# Índice general

<b>1</b>	<b>Resumen</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>Introducción</b>	<b>11</b>
2.1	Estructura interna de la Tierra . . . . .	12
2.2	Evidencia de las heterogeneidades . . . . .	13
2.3	Trayectoria de ondas sísmicas en el núcleo externo . . . . .	14
2.4	Ondas Precursoras . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Hipótesis y Objetivos</b>	<b>21</b>
3.1	Hipótesis . . . . .	22
3.2	Objetivos . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Marco Teórico</b>	<b>24</b>
4.1	Ondas de cuerpo . . . . .	25
4.1.1	Deformación (strain, $\epsilon$ ) . . . . .	25
4.1.2	Esfuerzo (stress, $\sigma$ ) . . . . .	25
4.1.3	Ecuación de movimiento de ondas: Medio homogéneo . . .	26
4.1.4	Ecuación de movimiento de ondas: Medio heterogéneo . .	28
4.2	Descripción del procesamiento numérico . . . . .	32
4.2.1	Función CWT (Continuos Wavelet Transformation) . . . .	33
4.2.2	Descripción de ondeleta . . . . .	34
4.2.3	Filtro tipo Butterworth . . . . .	35
4.2.4	Modelo Axisem . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Contexto sismotectónico</b>	<b>38</b>
<b>6</b>	<b>Metodología</b>	<b>41</b>
6.1	Obtención de datos sísmológicos. . . . .	42
6.2	Pre-procesamiento: Tratamiento de datos sísmológicos . . . . .	45
6.2.1	Ajuste de los datos crudos . . . . .	45
6.3	Procesamiento . . . . .	45
6.3.1	Procesamiento de los datos para aplicar a la función CWT	46

---

<b>7</b>	<b>Resultados</b>	<b>48</b>
7.1	Distribución de energía en frecuencias bajas ( $\leq 1$ Hz) y altas ( $\geq 1$ Hz) . . . . .	49
7.2	Distribución espectral en frecuencias altas ( $\geq 1$ Hz) . . . . .	53
7.3	Onda refractadas de la frontera Manto-Núcleo . . . . .	60
<b>8</b>	<b>Discusión y Conclusión</b>	<b>63</b>
<b>A</b>	<b>Anexo</b>	<b>71</b>
A.1	Envoltorias . . . . .	73
A.2	Modelo Axisem y datos observados en frecuencias bajas . . . . .	78
A.2.1	Test 1 . . . . .	78
A.2.2	Test 2 . . . . .	81
A.2.3	Test 3 . . . . .	82
A.3	Transformada de Hilbert . . . . .	84
A.4	Cálculo de envoltoria a partir de la transformada de Hilbert . . . . .	85

---

# Índice de figuras

2.1	Scattering: Diagrama esquemático . . . . .	14
2.2	Precusores PKIKP . . . . .	15
2.3	Modelo conceptual de la trayectoria de rayos PKP (Tkalcić, 2015)	16
2.4	Ondas precursoras . . . . .	17
2.5	Trayectoria de rayos: Fases directa PKP y PKIKP . . . . .	19
4.1	Filtro tipo band pass . . . . .	36
4.2	Parámetros del tensor de momento . . . . .	37
5.1	Contexto geográfico . . . . .	39
5.2	Contexto geográfico de las placas tectónicas . . . . .	40
6.1	Epicentros y estaciones sismológicas disponibles . . . . .	43
6.2	Distribución geográfica de los eventos . . . . .	43
6.3	Metodología de trabajo . . . . .	44
7.1	Distribución de energía en bandas frecuenciales mediante envolto- rias menores a 1 Hz y superior a 1 Hz: Evento de Bonin (2015) y evento de Fiji (2018) . . . . .	49
7.2	Distribución de energía en bandas frecuenciales mediante envolto- rias menores a 1 Hz y superior a 1 Hz: Evento de Bonin (2015) . .	51
7.3	Distribución de energía en bandas frecuenciales mediante envolto- rias menores a 1 Hz y superior a 1 Hz: Evento Islas Fiji (2018) y evento Islas Filipinas (2010) . . . . .	52
7.4	Cálculo de energía precursora para Evento de Bonin, 2015: Estación JANB . . . . .	54
7.5	Cálculo de energía precursora para evento de Bonin, 2015: Estación SNDB y ROSB . . . . .	55
7.6	Cálculo de energía precursora para evento en las Islas de Fiji, 2018: Estación DBIC y BNI . . . . .	56

7.7	Cálculo de energía precursora para eventos en la zona de borde entre Perú y Brasil, 2015: Estación NAQ, y evento en la zona de Okhotsk, 2012: Estación EFI . . . . .	57
7.8	Cálculo de energía precursora para eventos en la zona de las islas de Filipinas, 2010: Estación AGLB, y evento en la zona de las islas de Fiji, 2011: Estación KUKU . . . . .	58
7.9	Onda precursora dominante en distintos eventos . . . . .	61
A.1	Cálculo de envoltorias en 4 bandas de frecuencias para componente este, norte y vertical para las estaciones de JANB y SNDB del evento de Bonin . . . . .	73
A.2	Cálculo de envoltorias en 4 bandas de frecuencias para componente este, norte y vertical para las estaciones de ROSB (evento de Bonin) y DBIC (evento Islas Fiji (2018)) . . . . .	74
A.3	Cálculo de envoltorias en 4 bandas de frecuencias para componente este, norte y vertical para las estaciones de BNI (evento Islas Fiji (2018)) y NAQ (evento zona entre Perú-Brasil (2015)) . . . . .	75
A.4	Cálculo de envoltorias en 4 bandas de frecuencias para componente este, norte y vertical para las estaciones de AGLB (evento Islas de Filipinas (2010)) y KUKU (evento Islas de Fiji (2011)) . . . . .	76
A.5	Cálculo de envoltorias en 4 bandas de frecuencias para componente este, norte y vertical para las estaciones de ROSB (evento de Bonin) y NAQ (evento zona entre Perú-Brasil (2015)) . . . . .	77
A.6	Axisem y datos observados: Estación HOPE, EFI, TSUM, CMLA, MAJO, ERM, YSS y MA2 . . . . .	80
A.7	Axisem y datos observados: Estación SACV, CMLA, RCBR, AAK, JOHN y RAR . . . . .	81
A.8	Axisem y datos observados: Estación TRQA, RCBR, OTAV, BFO, PMG, YAK, YSS y MAJO . . . . .	83

---

# Índice de cuadros

6.1	Eventos estudiados para la investigación . . . . .	44
-----	--	----

---

# Capítulo 1

## Resumen

Terremotos profundos de gran magnitud iluminan el núcleo terrestre con mucha energía. Las ondas transmitidas de mayor frecuencia interactúan con heterogeneidades de menor escala, permitiendo determinar las propiedades que estas heterogeneidades tengan en cuanto a tamaño. Estas propiedades son muy importantes para poder comprender los procesos dinámicos que ocurren a esas profundidades, como son la convección, cristalización, etc. Debido a varios terremotos profundos que se han generado en los últimos años, esta investigación se basa en los registros de las ondas PKP a distancias epicentrales entre  $150^\circ < \Delta < 180^\circ$ , en el máximo rango de frecuencias posibles (3 a 10 Hz). Para este rango de frecuencias no se han realizado estudios previos para estas ondas, debido a que se asume que la atenuación en la Tierra es suficientemente fuerte como para reducir significativamente su amplitud.

Los resultados de acuerdo a los datos observados en alta frecuencia se presenta mediante filtros, envoltorias y espectrogramas, dando así la exposición de la existencia de ondas no explicadas por modelos de velocidades promedio de la Tierra, como el IASP91 o PREM. Para las bajas frecuencias, los sismogramas sintéticos (modelo Axisem) y sismogramas de las señales reales comparten las mismas propiedades, sin embargo para las altas frecuencias las diferencias son importantes. Estas diferencias son producto de la existencia de heterogeneidades. Una posible explicación de estas diferencias es que las ondas observadas son producto de refracción por heterogeneidades en la zona de la frontera entre manto y núcleo, la llamada zona  $D''$ .

De acuerdo a los registros de energía de las ondas PKP en las altas frecuencias, se procede finalmente a estimar un espesor máximo, está actuando como zona generadora de scattering a la cual la onda sísmica viajaría en el CMB, quedando atrapado en este cierto espesor y a medida que se propaga la energía, está se va

escapando a la superficie.

Para el presente estudio contamos con los datos sismológicos de las redes brasileñas, y los datos de acceso libre a través de la organización IRIS (Incorporated Research Institutions for Seismology).

---

## Capítulo 2

### Introducción

## 2.1 Estructura interna de la Tierra

En la actualidad el conocimiento de la estructura interna de la Tierra es gracias a la sismología. Las ondas sísmicas viajan por diferentes caminos, a las que llegan con tiempos de arribo distintos y en diferentes puntos del planeta, entregando así, la posibilidad de caracterizar la estructura de la Tierra. Esta conformación del punto sismológico esta dividido en capas, que se diferencian por la velocidad de las ondas elásticas y la densidad por la que están formadas. Esta variación del paso de un medio a otro se considera como una discontinuidad sísmica.

En lo que respecta al núcleo externo, establecen que incluye grandes zonas de baja velocidad y discontinuidades (Jeffreys, 1939; Bolt, 1962, 1964; Adams & Randall, 1964; Sacks & Saa, 1969). Estos fueron sugeridos para explicar la posible existencia de pequeñas fases de amplitud que llegan desde el núcleo, pero luego se demostró que estas fases provienen del scattering cerca del borde núcleo-manto (Cleary & Haddon, 1972; Doornbos & Husebye, 1972; Haddon & Cleary, 1974).

Se establece que los bordes que separan el manto y núcleo externo es la discontinuidad significativa dentro de la Tierra. Evidencias de fases sísmicas como la onda P y PcP, indican que la principal transición de sólido a líquido en el CMB (Core-Mantle Boundary) ocurre dentro de los 2890 km de profundidad (Haddon et al., 1982). Adicionalmente, otra evidencia sísmica indica la existencia de una región de transición gradual cerca de los 100 km y 200 km de grosor en la base del manto ( $D''$ ), en el cual las propiedades físicas del manto cambian, tendiendo a lo que corresponde al núcleo en un 2% y 3% (Haddon et al., 1982). Luego el scattering se ha detectado previamente con fuertes transiciones en velocidad, pero no se encuentra una correlación consistente entre la intensidad del scattering y gradiente de velocidad (Wen & Helmberger, 1998; Niu & Wen, 2001; Cao & Romanowics, 2007; Miller & Niu, 2008; Thomas et al., 2009).

De manera clara sabemos que la dispersión de energía (scattering) es un fenómeno que se produce cuando la energía incide en objetos, en el que sus dimensiones son del orden de su longitud de onda o inferiores. Para estos casos se produce una distribución aleatoria de la energía incidente. En consecuencia, la energía que es liberada inicialmente en un evento, en este caso, experimenta cierta disminución de la amplitud de la onda, y de la generación de un ruido aleatorio. Estos efectos son mayores cuando el tamaño de las heterogeneidades del cuerpo en el que se propaga la energía es del orden de la longitud de onda. Este efecto se puede

apreciar mejor en las altas frecuencias (Perez, 2001).

## 2.2 Evidencia de las heterogeneidades

De acuerdo a Bataille & Flatté, 1988 se muestra que las regiones donde mejor se evidencian estas heterogeneidades están debajo de Indonesia, Norteamérica, África central y Sudamérica. Si bien esta evidencia de heterogeneidades está establecida, aún existe debate acerca de la naturaleza física, por lo que han propuestos modelos para caracterizar el comportamiento de las heterogeneidades, entre los cuales se menciona: Capa límite térmica, capa límite química e irregularidades topográficas.

Se proponen dos modelos de capas límites química. Donde Ringwood, 1979 menciona que debido al gran contraste de densidad entre el manto y núcleo, estos materiales con densidades menores que las del núcleo y mayores que del manto, permiten así, su permanencia en el CMB. En segundo lugar, Knittle & Jeanloz, 1986 han sugerido que el núcleo de hierro metálico reacciona químicamente con el oxígeno de silicatos del manto, causando así, un residuo correspondiente a la capa  $D''$ .

Esta variabilidad de las heterogeneidades a pequeña escala, puede ser probada mediante el estudio de ondas PKP de período corto, en el que estas son scattereadas en diferentes lugares del mundo. Donde Haddon & Cleary, 1974, King et al., 1974 presentaron clara evidencia de trenes de onda de período corto, en el que estas llegan antes de la fase PKIKP, dando así, una onda originada del scattering debido a las irregularidades cerca del CMB.

Así mismo, Cleary & Haddon, 1972 y Haddon & Cleary, 1974 explican de acuerdo a lo mencionado anteriormente, que la asociación de estos primeros precusores de PKIKP, es causado de scattering de ondas debido a heterogeneidades de pequeña escala. Estas posiciones están cerca del límite núcleo y manto. En efecto, este scattering sísmico por heterogeneidades a pequeña escala en el manto inferior, provoca que la energía de período corto, llegue antes de la fase central PKP (Cleary & Haddon, 1972).

## 2.3 Trayectoria de ondas sísmicas en el núcleo externo

La existencia de estructuras heterogéneas en las cercanías del CMB podrían evidenciar la causa de que la energía se disperse, y que mediante diferentes trayectorias, puede diferir con respecto a un modelo de Tierra de simetría esférica (Haddon et al., 1982). De acuerdo a la figura 2.1, se muestra esquemáticamente dos posibles trayectos de ondas en donde la energía se va dispersando.

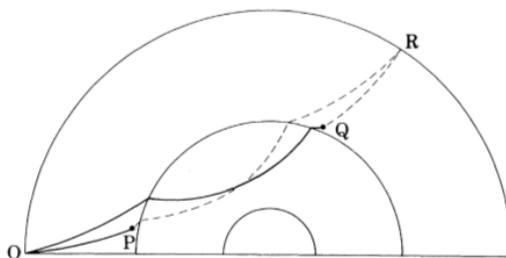


Figura 2.1: Ruta para el scattering de ondas, antes de la entrada y después de la salida del núcleo. Donde las líneas completas muestran los rayos PKP ordinarios desde la fuente **O** a los puntos de dispersión **P** y **Q**, y las líneas discontinuas, presentan los rayos para ondas dispersas de **P** y **Q** hasta el receptor **R** (Haddon et al., 1982).

Dada la figura anterior, se supone que la energía se propaga a lo largo de los rayos PKP, desde la fuente hasta los puntos de scattering **P** y **Q**. Luego, este scattering de ondas generadas se propagan a lo largo de rayos ordinarios desde el punto **P** y **Q** hasta receptores en la superficie. Resultando así, una señal con superposición de ondas scattereadas (Haddon et al., 1982).

Además, Haddon et al., 1982 observa comúnmente fases de amplitud relativamente pequeñas que llegan a 20 s antes de la fase PKIKP a distancias epicentrales entre aproximadamente  $125^\circ$  y  $143^\circ$ . Bajo esta misma línea de investigación, se tiene también primeros precursores de PKIKP, donde Hedlin et al., 1997 muestra ejemplos de precursores observados en cada sismograma, donde cada sismograma esta alineado en el tiempo cero, que es el tiempo de arribo de la onda PKIKP, y con distancias epicentrales que están entre  $118^\circ$  y  $145^\circ$ . Estas amplitudes precursoras aumentan a medida que aumenta la distancia epicentral, y ya después por sobre los  $140^\circ$  epicentral no se puede apreciar alguna evidencia de alguna señal precursora de la PKIKP. Esto se puede apreciar en la figura 2.2.

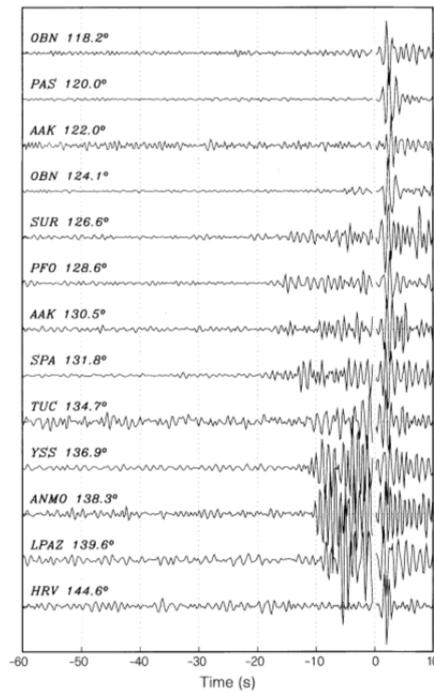


Figura 2.2: Registros banda ancha (IRIS), con filtro tipo pasa banda entre los 0.7 a 2.5 Hz, y alineado al tiempo cero del arribo de la onda PKIKP (Hedlin et al., 1997).

En consecuencia, un receptor localizado a  $140^\circ$  epicentral de un terremoto, puede detectar la energía sísmica que ha pasado a través del núcleo interno (PKPdf = PKIKP), y también la energía desviada de la onda P en dirección al núcleo externo (Vidale & Hedlin, 1998). Estas energías observadas que se propagan hacia el núcleo externo e interno, tienen su clasificación con una nomenclatura que es posible ver en la figura 2.3 desde un modelo conceptual mostrado por Tkalčić, 2015.

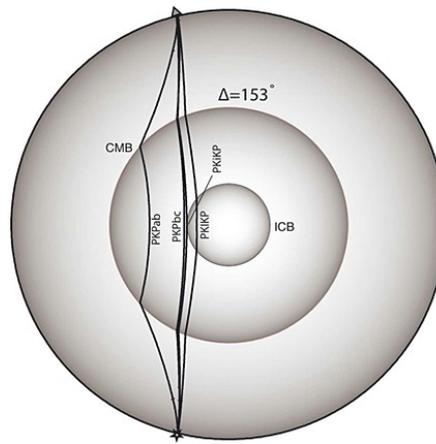


Figura 2.3: Diagrama de ondas que interactúan entre el CMB e ICB (Inner Core Boundary), a una distancia epicentral del evento de  $\Delta = 153^\circ$ . Estas corresponden a las fases  $PKP_{ab}$ ,  $PKP_{bc}$ , PKiKP y PKIKP (Tkalčić, 2015).

En la figura 2.3 se muestra las fases sísmicas del tipo P en el núcleo, donde la onda que está más cercana al CMB se denomina fase  $PKP_{ab}$ , luego la onda cercana al núcleo interno denominada  $PKP_{bc}$  y por último se encuentran las ondas PKiKP que se refleja en el núcleo interno y las ondas PKIKP que atraviesan el núcleo interno.

## 2.4 Ondas Precursoras

Las trayectorias de las ondas sísmicas pueden ser generadas debido a la existencia de cuerpos heterogéneos en el que estas actúan como fuentes de dispersión de energía, y que como producto de tal interacción, se genera cierta llegada de energía que luego comienza a decaer de manera suave después de la fase directa, esto es denominado la coda de la fase directa. También, coda puede referirse a la energía que llega después de los primeros pulsos de las ondas más energéticas que han recorrido el camino directo entre la fuente y estación (Lay, 1987). Por otro lado como fue visto en la figura 2.2, estos cuerpos heterogéneos también pueden generar llegadas de energía antes de la fase directa, conocida como onda precursora, donde principalmente en este estudio se podrá observar el caso de las llegadas de las ondas precursoras PKP en cada terremoto profundo.

De forma inicial, Haddon, 1972 sugirió como alternativa que los precursores pueden resultar de dispersión de ondas PKP mediante irregularidades al azar en pequeña escala en la región del límite manto-núcleo. Esta teoría de acuerdo a Haddon, 1973 y Haddon & Cleary, 1973b demostraron que el scattering por irregularidades del 1% en densidad y de parámetros elásticos dentro de los 200 km más abajo del manto, es posible explicar la mayoría de las características de

los precusores observados.

Por otra parte las observaciones de los precusores pueden presentar características similares entre estaciones sísmicas, esto indicando una existencia estructural de estas zonas heterogéneas cerca del CMB (Haddon et al., 1982). Por tanto, estas observaciones nos pueden proporcionar información detallada que nos permita inferir acerca de las características de las zonas no homogéneas.

Estas observaciones junto con lo mostrado en la figura 2.2 de ondas precursoras entre cada estación sísmológica, se puede evidenciar también de acuerdo a lo investigado por Bataille & Flatté, 1988 en la figura 2.4.

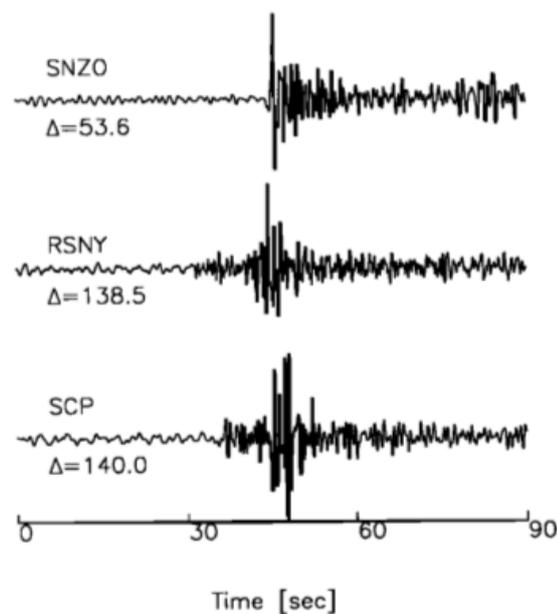


Figura 2.4: Registro de un terremoto de Indonesia ubicado a  $9.4^{\circ}\text{N}$ ,  $7.7^{\circ}\text{W}$ , registrado a una distancia epicentral de  $\Delta = 53.6^{\circ}$  (SNZO) con componente vertical (Z), luego a una  $\Delta = 138.5^{\circ}$  (RSNY) con componente radial y finalmente a una  $\Delta = 140^{\circ}$  (SCP) con componente transversal (Bataille & Flatté, 1988).

De acuerdo a la figura anterior, se puede apreciar la aparición de ondas precursoras de la onda P, en el que es observado a medida que aumentamos la distancia epicentral de los  $\Delta = 138^{\circ}$ . Estas características pueden ser también originados por la generación de scattering de acuerdo a lo investigado por Bataille & Flatté, 1988.

Estudios recientes acerca de la generación de ondas precursoras de fases sísmicas del núcleo mediante scattering, proponen como Waszek et al., 2015 que las ondas precursoras de la fase PKP son generados por las heterogeneidades del manto,

generando así, scattering de energía sísmica. Estas heterogeneidades las asocian a varias estructuras de pequeña escala en la parte inferior del manto, tales como ULVZs (Ultra low velocity zone), fusiones parciales y antiguos slabs arrastrados por sistemas convectivos de pequeña escala que actúan como dispersores de ondas en alta frecuencia (Cao & Romanowicz, 2007; Miller & Niu, 2008; Thomas et al., 2009; McNamara et al., 2010; Vanacore et al., 2010; Sigloch & Mihalnuyk, 2013). De todas maneras, estudios corroboran que las fuentes dispersoras más fuertes han sido vinculadas a regiones de fusión parcial (Wen, 2000), heterogeneidades en profundidades de la zona de subducción (Cao & Romanowicz, 2007; Miller & Niu, 2008; Vanacore et al., 2010) y topografía del CMB (Doornbos, 1978).

Estas investigaciones abren la discusión sobre posibles fuentes que generan scattering, como también se puede pensar acerca del reciclaje del slab a lo largo de las escalas del tiempo geológico, puesto que el ciclo de la roca casi superficial crea continuamente heterogeneidad en forma y en composición de corteza oceánica y litosfera subyacente, en donde la subducción transporta esta heterogeneidad en el manto (Stixrude y Lithgow-Bertelloni, 2012). Del mismo modo, Helffrich & Kaneshima, 2010 interpretan objetos de scattering a profundidades del manto medio-inferior (800-2200 km) como corteza oceánica subducida. Estas observaciones apoyan la noción de que la heterogeneidad a pequeña escala persiste durante miles de millones de años a pesar de la convección que se genera en el manto inferior.

Sin embargo, estudios actuales como Haugland et al., 2017 sugieren que el scattering de las ondas PKP en el manto inferior, producen señales aisladas antes de la fase PKIKP, donde pueden estar relacionados a los fragmentos de basalto, que en el contexto científico es denominado MORB (Mid-Ocean Ridge Basalt), que corresponde al basalto que se origina en las dorsales centro-oceánica, que conforman las capas superiores de la corteza oceánica. Estas han sido arrastradas en el manto profundo a lo largo del tiempo geológico, donde el slab subducido ha sido transportado en secciones relativamente amplias de corteza oceánica hasta el manto profundo, donde estas forman zonas estrechas de alta concentración de MORB (Haugland et al., 2017).

De esta manera, es importante poder trabajar con los sismogramas ya que podemos reproducir lo que sucede al interior de la Tierra, ya que nos permite distinguir las distintas fases sísmicas que se generan, y dado a la existencia de heterogeneidades que presenta la Tierra, éstas pueden actuar como cuerpos dispersores de energía de las ondas primarias, generando así el scattering asociado, como ondas

secundarias.

Para esta investigación, tiene un valor único el estudio de la fase PKP y los precusores que se generan, donde nos permite saber el comportamiento de la Tierra interna a pequeña escala, debido a su sensibilidad al manto inferior. Esto principalmente en la zona entre el manto inferior y núcleo externo. Por tanto, es importante seleccionar las ondas correspondientes y las trayectorias posibles que tengan estas ondas, permitiendo así, interactuar con las estructuras dispersoras. Estas trayectorias se pueden observar en la figura 2.5.a que presenta un esquema conceptual, en el que se considera dos tipos de ondas directas (PKIKP y PKP), ambas generadas por un evento profundo y con una distancia epicentral, en el que atraviesan por la zona del manto y núcleo externo. Por otro lado, en la figura 2.5.b se muestra la variación del tiempo de viaje en función de la distancia, con un modelo de velocidad iasp91, así permitiendo la construcción de una curva de tiempo de viaje, usando mediciones de fases elegidas, y el tiempo de viaje de estas fases particulares, y a diferentes distancias de la fuente. Esto, con el objetivo de ubicar los rangos de las trayectorias en el que posiblemente se mueva la energía de las ondas precursoras contenidas en las altas frecuencias, ya sea entre las ondas directas PKIKP ( $PKP_{df}$ ) y PKP.

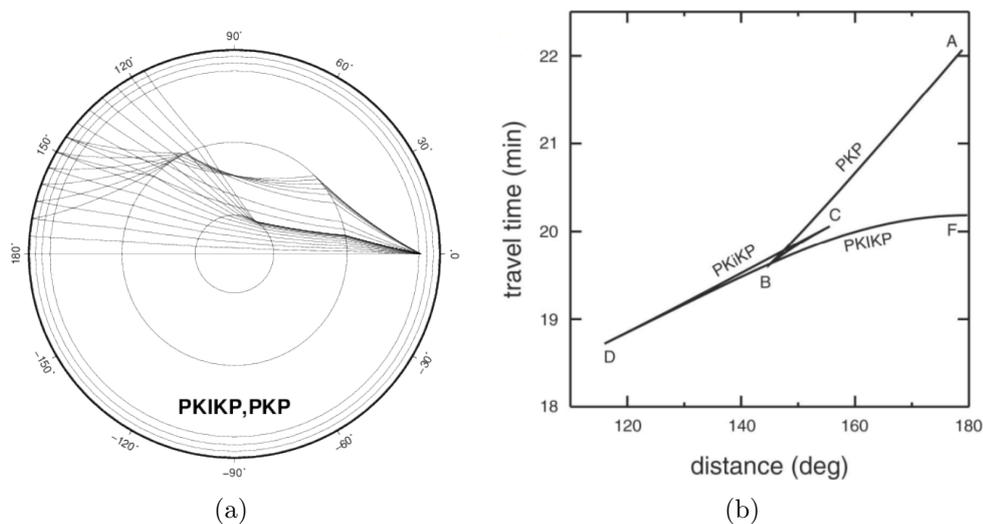


Figura 2.5: (a) Muestra un diagrama conceptual de las trayectorias de rayos para las fases directas PKIKP y PKP, que son con respecto a un evento profundo de 600 km de profundidad. (b) Muestra la curva de distancia versus tiempo bajo la consideración del tiempo predicho del modelo de velocidad iasp91. En efecto, estos rayos corresponden a las fases PKP, PKiKP y PKIKP.

Finalmente, estas observaciones de ondas precursoras serán visualizadas y estudiadas mediante filtros, envoltorias y espectrogramas a determinadas frecuencias. Ésto con el objetivo de encontrar evidencia de scattering de ondas sísmicas en

altas frecuencias para caracterizar en cuanto al tamaño que tengan las heterogeneidades del núcleo. Entonces, dado esto, la disponibilidad de datos son de origen sismológico, mediante registros de eventos profundos mayores a 550 km y con un rango epicentral entre evento-estación de  $150^\circ < \Delta < 180^\circ$ .

---

## Capítulo 3

### Hipótesis y Objetivos

### 3.1 Hipótesis

¿ Existe alguna zona en el núcleo que genere scattering de alta frecuencia (mayor que 1 Hz) en las ondas PKP registradas en rangos epicentrales de  $150^\circ$  a  $180^\circ$  ?

## 3.2 Objetivos

El objetivo principal de esta investigación es encontrar evidencia de scattering en altas frecuencias para caracterizar las heterogeneidades del núcleo.

Para esto, la base metodológica de esta investigación se centra en la siguiente lista enumerada de objetivos específicos.

1. Filtro tipo Butterworth para evaluar el rango de frecuencias relevantes desde cada sismograma.
2. Envoltoria mediante la transformada de Hilbert para resaltar las diferentes escalas de frecuencias dominantes en la señal.
3. Función CWT (Continuos Wavelet Transformation): Método utilizado en el dominio de la frecuencia para así identificar las alzas energéticas en altas frecuencias que se muestran en el espectrograma.

En la sección 4.2 se describe en detalle el procesamiento numérico de cada ítem respectivo de esta lista.

---

# Capítulo 4

## Marco Teórico

## 4.1 Ondas de cuerpo

### 4.1.1 Deformación (strain, $\epsilon$ )

La deformación es adimensional, donde representa el cambio de longitud y ángulo en el espacio (Stein & Wysession, 2003; Shearer, 2009). En el caso de una dimensión, se considera la extensión de un elemento de línea,  $l_1$ , entre  $x$  y  $(x + \delta x)$ :

$$\epsilon_{11} = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \frac{u(x + \delta x) - u(x)}{\delta x} \simeq \frac{\delta u}{\delta x} \simeq \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u(x)}{\partial x} + \frac{\partial u(x)}{\partial x} \right) \quad (4.1)$$

Se usa la aproximación  $u(x + \delta x) \cong u(x) + \delta u(x)$ , esto es válido si el cambio en la extensión es continuo sobre la distancia  $\delta x$ .

En el caso de deformación en 3 dimensiones, se define de la siguiente manera:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u(x_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial u(x_j)}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \epsilon_{ji}. \quad (4.2)$$

El primer índice de  $\epsilon_{ij}$  representa el vector normal de una cara, y el segundo índice representa la dirección que sufre distorsión. La ecuación 4.2 muestra que el tensor de deformación es simétrico, donde el número máximo de coeficientes diferentes es 6.

### 4.1.2 Esfuerzo (stress, $\sigma$ )

Se define tracción  $T$  como el esfuerzo total sobre una superficie  $\delta S$  (Stein & Wysession, 2003):

$$T_i \delta S = \sigma_{1i} n_1 \delta S + \sigma_{2i} n_2 \delta S + \sigma_{3i} n_3 \delta S \quad (4.3)$$

o también como:

$$T_i = \sigma_{1i} n_1 + \sigma_{2i} n_2 + \sigma_{3i} n_3. \quad (4.4)$$

El  $i$ -ésimo componente del vector de tracción viene dado por una combinación lineal de los esfuerzos que actúan en las  $i$ -ésimas direcciones sobre la superficie

perpendicular a  $x_j$  (o paralelas a  $n_j$ ), donde  $j = 1,2,3$ :

$$T_i = \sigma_{ji}n_j \quad (4.5)$$

Por otro lado, un elemento  $\sigma_{ji}$  del tensor de esfuerzo se define como el  $i$ -ésimo componente de la tracción que actúa sobre la superficie perpendicular al  $j$ -ésimo eje ( $x_j$ ):

$$\sigma_{ji} = T_i(x_j) \quad (4.6)$$

### 4.1.3 Ecuación de movimiento de ondas: Medio homogéneo

Shearer (1999) expresa los elementos del tensor de esfuerzo como una combinación lineal de los elementos del tensor de deformación, se utiliza un tensor de constantes elásticas de 4<sup>to</sup> orden ( $c_{ijkl}$ ), definido como:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\epsilon_{kl} \quad (4.7)$$

Para un medio homogéneo, isotrópico, continuo y elástico:

$$c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (4.8)$$

$\lambda$  y  $\mu$  son los parámetros de la Lamé.  $\mu$  es el módulo de corte, o rigidez, (shear modulus),  $\kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu$  es el módulo de incompresibilidad (bulk modulus). La combinación de ecuación 4.8 y 4.9 queda expresado de la siguiente manera:

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\epsilon_{kk} + 2\mu\epsilon_{ij} \quad (4.9)$$

Luego, se busca la ecuación de movimiento en un cierto volumen  $V$ ; estableciendo que la integral de la masa por la aceleración dentro del volumen es igual a las

fuerzas de superficie y de volumen que actúan sobre  $dV$ :

$$\int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV = \oint_S T_i dS + \int_V f_i dV = \oint_S \sigma_{ij} n_j dS + \int_V f_i dV. \quad (4.10)$$

Luego, con el teorema de la divergencia de Gauss que se define de la siguiente manera:

$$\oint_S \vec{a} \cdot d\vec{S} = \oint_S a_i n_i dS = \int_V \nabla \cdot \vec{a} dV = \int_V \frac{\partial a_i}{\partial x_i} dV,$$

e ignorando las fuerzas de cuerpo (aproximación que sirve para las frecuencias altas, fuerzas como gravedad que son importantes en periodos mayores que  $\sim 300$  s), se llega a la siguiente expresión

$$\int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV = \int_V \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV. \quad (4.11)$$

De acuerdo a la ecuación 4.8, se puede escribir ahora la ecuación de movimiento como

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}, \quad (4.12)$$

y se puede usar la ecuación 4.9 para escribir finalmente la ecuación de movimiento como:

$$\rho \ddot{u} = (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \mu \nabla^2 \vec{u}. \quad (4.13)$$

Además, podemos usar la siguiente identidad vectorial para así escribir el movimiento en sus componentes respectivas de dilatación y rotacional.

$$\nabla^2 \vec{u} = \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) - (\nabla \times \nabla \times \vec{u})$$

Por tanto, queda definido así:

$$\rho \ddot{\vec{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) - \mu(\nabla \times \nabla \times \vec{u}) \quad (4.14)$$

**Ondas P:** Operando con la ecuación anterior, se obtiene la divergencia que queda expresado como:

$$\rho \frac{\partial^2(\nabla \cdot \vec{u})}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2(\nabla \cdot \vec{u}). \quad (4.15)$$

Esto define la propagación de un cambio de volumen ( $\nabla \cdot \vec{u}$ ) a través del medio, con su respectiva velocidad:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (4.16)$$

**Ondas S:** Ahora se obtiene el rotor de la ecuación 4.15, y con la utilización de la identidad vectorial ocupada para la obtención de la ecuación 4.15, se llega a

$$\rho \frac{\partial^2(\nabla \times \vec{u})}{\partial t^2} = \mu \nabla^2(\nabla \times \vec{u}). \quad (4.17)$$

Esto define la propagación de una perturbación rotacional a través del medio, y con su velocidad

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (4.18)$$

#### 4.1.4 Ecuación de movimiento de ondas: Medio heterogéneo

Como una aproximación de esta sección principal, Sato (1979) supone la existencia de un medio heterogéneo, permitiendo así, un análisis de scattering que debe hacerse a partir de ecuaciones heterogéneas. Luego, con escala de observación, y con un intervalo de frecuencias utilizadas en ese trabajo, se bastó considerar un medio homogéneo, así teniendo una distribución uniforme, y de forma aleatoria

las heterogeneidades. Además, las ondas primarias y secundarias con idéntica naturaleza.

Wu y Aki (1985) establecen teoría para ondas elásticas y scattering ya sea por fuentes dispersoras o heterogeneidades volumétricas, en el que generan una disminución de amplitud de la fase directa, o simplemente desaparecen en algunos casos. Luego, esta teoría de scattering de primer orden, dice que la energía de ondas scattereadas es pequeña comparada a la energía de la onda incidente. Por tanto, son ondas afectadas por simple scattering y por ondas que interactúan con heterogeneidades volumétricas.

Bajo el concepto de heterogeneidades volumétricas, esto es con el fin de tener la solución de la ecuación de la onda en un ambiente de baja heterogeneidad. Esto trata de tener la solución de un campo sin heterogeneidad y por otro lado, un campo de scattering.

La ecuación de movimiento para un campo scattereado, se define como la ecuación de la elastodinámica de un medio homogéneo, teniendo fuentes secundarias que representan las heterogeneidades interactuando con el campo incidente. Esta fuente secundaria en cada punto refleja la combinación de una fuerza simple ( $f$ ) y un tensor de momento ( $M$ ) que depende de las características que tengan estas heterogeneidades.

Una vez conocida la función de Green elástica del medio, el campo scattereado será obtenido mediante la suma de las contribuciones de todas las fuentes secundarias. Donde esta heterogeneidad es representada por las variaciones de los parámetros elásticos, es decir:

$$\rho(\mathbf{x}) = \rho_0 + \delta\rho(\mathbf{x}) \quad (4.19)$$

$$\lambda(\mathbf{x}) = \lambda_0 + \delta\lambda(\mathbf{x}) \quad (4.20)$$

$$\mu(\mathbf{x}) = \mu_0 + \delta\mu(\mathbf{x}). \quad (4.21)$$

Donde  $\rho$  es densidad,  $\lambda$  es la constante de Lamé y  $\mu$  es el módulo cortante o rigidez.

Presentando una variación del medio y con distribución radial visto de la siguiente

forma:

$$\delta\rho \ll \rho_0 \quad (4.22)$$

$$\delta\sigma \ll \lambda_0 \quad (4.23)$$

$$\delta\mu \ll \mu_0 \quad (4.24)$$

Entonces, la solución de ecuación de onda  $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$  es considerada como una suma de onda directa  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t)$  y onda scattereada  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ , expresado de la siguiente manera.

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (4.25)$$

Utilizando la aproximación de Born, se asume que  $\mathbf{u} \ll \mathbf{U}$ , debido a que el scattering múltiple es despreciado.

Ahora utilizando las ecuaciones de 4.19 a 4.25 en la ecuación 4.14, se tiene que:

$$\begin{aligned} & (\rho_0 + \delta\rho) \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mathbf{u}_0 + \mathbf{u}) - \nabla \{ (\lambda_0 + \delta\lambda) (\nabla \cdot \mathbf{u}_0 + \nabla \cdot \mathbf{u}) \} \\ & - 2(\nabla \delta\mu) \cdot (e_0 + e) - (\mu_0 + \delta\mu) (\nabla^2 \mathbf{u}_0 + \nabla^2 \mathbf{u}) - (\mu_0 + \delta\mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_0 + \nabla \cdot \mathbf{u}) = 0 \end{aligned} \quad (4.26)$$

Se considera términos de 2<sup>do</sup> orden, en la cual constituyen la suma de la fuerza generada por un vector, y la fuerza generada por un tensor de momento. Entonces, para poder desarrollar la expresión de la fuerza  $\mathbf{f}$  y del tensor  $\mathbf{M}$ , se utiliza las siguientes expresiones:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \nabla_j \tau_{ji} \quad (4.27)$$

y

$$\nabla_j \tau_{ji} = \lambda \delta_{ij} (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4.28)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_i (\lambda \nabla \cdot \mathbf{u}) + \partial_j (\mu u_{i,j} + \mu u_{j,i}). \quad (4.29)$$

Por tanto, la fuente equivalente es:

$$F_i = -\delta\rho\frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial t^2} + \partial_i(\delta\lambda\nabla \cdot u) + \partial_j(\delta\mu u_{0i,j} + \delta\mu u_{0j,i}) = f_i - \nabla_j \cdot M_{ji}, \quad (4.30)$$

donde esta compuesta por una fuerza  $f$  y un tensor de momento  $M$  ( $-\nabla \cdot M$  es la fuerza generada por un tensor de momento) de la forma:

$$f_i = -\delta\rho\frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial t^2} \quad (4.31)$$

$$M = -\delta\mu(u_{0i,j} + u_{0j,i}) - \delta_{ij}\delta\lambda\nabla \cdot u_0. \quad (4.32)$$

Estas heterogeneidades son representadas por  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{M}$ .

El campo scattereado generado por cuerpos heterogéneos se puede entender como el producto de estas fuerzas. La fuerza  $\mathbf{f}$  y la fuerza producto de un tensor  $\mathbf{M}$ , se pueden escribir en términos del dominio de la frecuencia como:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega) = \omega^2 \delta\rho(\mathbf{x}) \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \omega) \quad (4.33)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, \omega) = -\delta\mu(\mathbf{x}) \left[ \nabla \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \omega) + (\nabla \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \omega))^T \right] - \delta\lambda(\mathbf{x}) \nabla \cdot \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \omega) \mathbf{I}. \quad (4.34)$$

Términos como T significa la transpuesta e  $\mathbf{I}$  tensor de identidad.

De esta forma, la onda scattereada debido a estas fuentes es obtenida mediante la función de Green (Aguilar, 2010).

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega) = \int \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}', \omega) + \nabla_{x'} \mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) \cdot \mathbf{M}(\mathbf{x}', \omega) d^3 x' \quad (4.35)$$

Por otro lado, la onda incidente se genera por una fuente puntual (terremoto), y estas son propagadas hacia las heterogeneidades a través de un medio que varía de forma radial, en la cual puede ser aproximada por ondas planas locales. Donde esto, se puede llevar a la aproximación de teoría de rayos. A causa de esto, el desplazamiento de la onda P puede estar dado por:

$$\mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \omega) = A g_s(\mathbf{x}) e^{i\omega(t - T_s(\mathbf{x}))} \hat{\mathbf{n}}_0(\mathbf{x}) \quad (4.36)$$

- A: Amplitud.
  - $g_s(\mathbf{x})$ : Coeficiente de extensión geométrica.
  - $\hat{\mathbf{n}}_0(\mathbf{x})$ : Dirección de propagación.
  - T: Tiempo de viaje.
- $\hat{\mathbf{n}}_0(\mathbf{x})$  y  $g$  varían suavemente en el espacio.

Con la aproximación nuevamente, la función de Green para campo lejano para ondas P es:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = g_r(\mathbf{x}, \mathbf{x}') e^{i\omega(t-T_r(\mathbf{x}'))} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{n}}'(\mathbf{x}') \quad (4.37)$$

- $g_r$ : Coeficiente de extensión geométrica.
- $\hat{\mathbf{n}}$  y  $\hat{\mathbf{n}}'$ : Dirección de propagación en  $\mathbf{x}$  y  $\mathbf{x}'$ .
- $T_r$ : Tiempo de viaje.

En efecto, la función de Green elastodinámica se relaciona con la estructura y características del medio, donde estas ondas sísmicas se propagan. Por tanto, esta función se define como la respuesta de un punto en un instante dado, mediante un medio elástico que reacciona por una fuerza impulsiva que se genera, que en este caso corresponde a un terremoto.

## 4.2 Descripción del procesamiento numérico

El método matemático-numérico en este estudio es la base importante para nuestra metodología que contempla 4 herramientas importantes:

1. **Filtro tipo Butterworth:** Herramienta para evaluar el rango de frecuencias relevantes desde cada sismograma.
2. **Envoltoria:** Comparación de envoltorias de cada señal filtrada, teniendo así el comportamiento en diferentes escalas entre frecuencias bajas (menores a 1 Hz) y frecuencias altas (mayores a 1 Hz). Se compara con frecuencias bajas en este ítem ya que permite resaltar y dejar en evidencia de que la energía de estas ondas no explicadas por modelos de velocidad se pueden encontrar en las frecuencias mayores a 1 Hz. Con esto es posible observar el patrón de onda precursora característico que presenta la señal cuando es superado por las frecuencias altas superando 1 Hz a un cierto tiempo determinado, dando así, a la investigación de las posibles causales que lo generan.

Esto entregando como evidencia de que esta alza de energía prevalece en el tiempo, minimizando la llegada de la onda directa que llega segundos después, y que en algunos casos desaparece esta fase de onda directa PKP.

En el tratamiento de señales de obspy se utiliza la transformada de Hilbert (Zwillinger, 1996). Esta herramienta matemática es útil para describir la envoltoria de la señal (ver anexo).

3. **Función CWT (Continuos Wavelet Transformation, Kristekova et al., 2006)**: Aplicado principalmente para las frecuencias relevante sobre 1 Hz, permitiendo así localizar la energía en el contenido frecuencial durante una ventana temporal. Además, se procede al cálculo de espectrograma normalizado. Donde éste, cuyo objetivo de normalizar la señal es para precisar el contenido de energía y evaluarlo de forma cuantitativa.
4. **Modelo Axisem**: Aplicado para ver la sensibilidad que tiene el modelo Axisem mediante desplazamiento normalizado, para así poder comparar el dato observado y sintético para cada componente de la señal, pero sólo nos permite modelar frecuencias bajas, debido al alto costo computacional que presenta al modelar ondas sísmicas en frecuencias altas. Este ítem con sus respectivos resultados son mostrados en la sección de anexo ya que no es relevante para este estudio debido a que no es posible lograr la modelación de propagación de ondas en altas frecuencias.

#### 4.2.1 Función CWT (Continuos Wavelet Transformation)

Una completa e informativa caracterización de una señal puede ser obtenida por la descomposición en frecuencia-tiempo, esto es representado como TFR (Time-Frequency Representation) (Kristekova et al., 2006). Esto permite ver el contenido espectral dada su evolución que presenta en el tiempo.

## 4.2.2 Descripción de ondeleta

Se define como una señal analítica, denominada ondeleta progresiva, que depende de dos variables: frecuencia y tiempo (Kristekova et al., 2006). Estas ondeletas proporcionan una herramienta para la localización de frecuencia en el tiempo, donde hay de tipo continuas, discretas, suaves o con discontinuidades.

En esta investigación se ocupa ondeleta continua, calculada mediante la función CWT (Continuos Wavelet Transformation); esta función CWT permite, para los cálculos a futuro, obtener las ondeletas en el dominio de la frecuencia. Esta función CWT se define como:

$$CWT_{(a,b)}s(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (4.38)$$

La función CWT calcula las ondeletas en el dominio de la frecuencia utilizando una ondeleta tipo Morlet. Ondeleta expresada en la definición 4.39.

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{iw_0t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (4.39)$$

Dada la expresión 4.38, se define  $b$  como el parámetro traslacional de la señal  $s(t)$ ,  $a$  como el parámetro de escala (parámetro de dilatación), donde  $a$  es inversamente proporcional a la frecuencia, y  $\psi$  es la ondeleta analizada. Por consiguiente, la señal  $s(t)$  se muestra empleando ondeletas punto a punto, y con su transformada en tiempo-frecuencia puede ser definido como:

$$W(t, f) = CWT_{a,b}\{s(t)\}; a = \frac{W_o}{2\pi f}, b = t$$

En la transformada de las ondeletas la señal se descompone mediante eventos, en donde estos eventos que son de baja frecuencia, se representan con un delta de tiempo mayor, mientras que los eventos de frecuencia alta se representan con un delta de tiempo menor.

Finalmente esta transformación permite descomponer una señal sísmica en cierto tipo de ondeleta de forma constante, ya que este análisis de ondeletas está especialmente indicado para señales con pulsos, puesto que estos eventos ocurren de

manera no periódica. Por tanto, una señal sísmica, si fuese el caso, mediante un análisis de Fourier, entregaría poca información, dado que presenta inestabilidad frente a señales de tipo intermitentes. Entonces, en una señal cuando se analiza mediante Fourier, nos permite determinar sus frecuencias, pero no dice cuando aparece cada frecuencia. Evidentemente para nuestra metodología trae ventajas la transformación de ondeletas sobre un análisis de Fourier debido a que presenta mejor resolución tiempo-frecuencia, entrega la frecuencia de la señal de manera instantánea y descompone la señal mediante filtrado.

### 4.2.3 Filtro tipo Butterworth

Para trabajar con la señal sísmica en esta investigación, nos centraremos en los filtros tipo Butterworth, en el que éstos están diseñados para eliminar rangos completos de frecuencias de la señal. Estos filtros son particularmente útiles cuando la señal y el ruido tienen diferentes características de frecuencia (Gubbins, 2004).

Sin embargo, es importante saber que para aplicar los filtros pasa banda, hay que considerar de acuerdo a lo que establece Gubbins (2004), una media móvil, en el que cada punto de medición de la señal es reemplazado por un promedio de  $M$  puntos vecinos. Ésta es una convolución de la secuencia original del tiempo con una función caja, por tanto, esto opera como un filtrado de la señal. Luego se espera que el proceso de promedio, suavice las variaciones abruptas de la señal, es decir, actuando como filtro paso bajo.

Por consiguiente, una media móvil es una buena manera de eliminar la energía no deseada dada a una frecuencia conocida, pero en general, no es un filtro ideal, porque deja pasar energía con una frecuencia superior al límite previsto. Entonces, un filtro de paso bajo ideal, debería tener un espectro de amplitud que es igual a cero fuera de la banda de paso e igual a la unidad dentro de ella.

Bajo esta perspectiva, y de acuerdo a Gubbins, 2004, se muestra un ejemplo de filtrado en la figura 4.1 de tipo paso alto, para así eliminar la energía a frecuencias debajo de 1 Hz, ya que con esto, elimina grandes ondas superficiales, permitiendo entonces la visualización de las ondas de cuerpo.

Estas ondas superficiales tienen períodos típicos de 20 s, mientras que las ondas de cuerpo tienen períodos mucho mas cortos, de aproximadamente de 1s. En efecto, están bastante separadas en frecuencias. En cuanto a réplicas, éstas se ocultan en las ondas superficiales generadas por el evento principal, por tanto,

un filtro de paso alto hace un buen trabajo eliminando las ondas superficiales del registro, dejando sin cambios las ondas del cuerpo de la réplica.

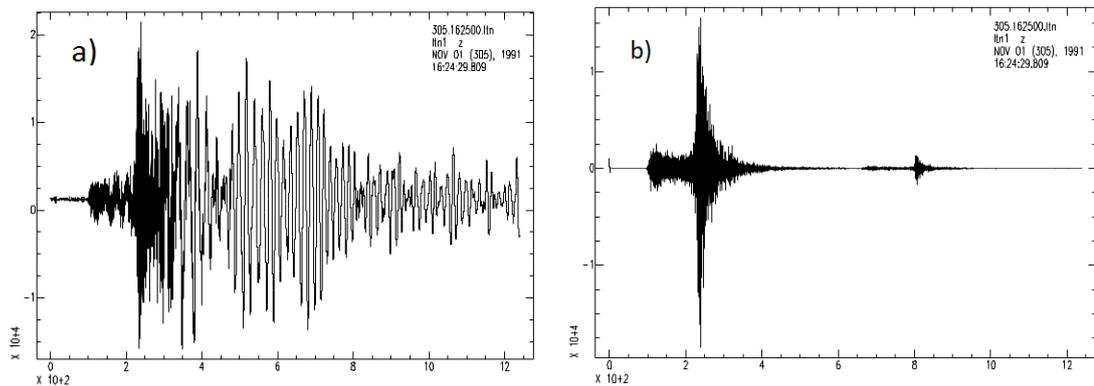


Figura 4.1: (a) Registro de sismograma en Islas Norte, Nueva Zelanda del evento ocurrido en las Islas Kermadec el 1 de Noviembre de 1991, con una profundidad de 21.4 km y  $M_w$  de 6.6. Ondas P, S y ondas de superficie de período largo de aproximadamente de 20 s. El eje Y da las cuentas digitales y el eje X muestra el tiempo en minutos. (b) Filtro paso alto de 1 Hz de tipo Butterworth, permitiendo visualizar ondas de cuerpo, en el cual se han eliminado por completo las ondas superficiales, y además, se observa la réplica que aparece al final del registro (Dubbins, 2004).

#### 4.2.4 Modelo Axisem

El programa Axisem es un método de elementos espectrales axisimétrico que permite calcular sismogramas sintéticos para ondas y distancias de interés. La cobertura sísmica que tiene Axisem en el plano frecuencial de ondas de superficie y de cuerpo está dentro de los 0.001 Hz a 1 Hz. Este modelo se encuentra explicado con más información de acuerdo a lo realizado por Nissen-Meyer et al., 2014.

El programa axisem presenta ventajas principales como:

1. Para el campo de onda 3-D utiliza descomposición analítica en varios campos de onda en 2-D.
2. Para esta investigación se utiliza como fuente el tensor de momento de cada terremoto, por tanto, se necesitan cuatro campos de onda 2-D.
3. Permite un modelado preciso para ondas superficiales.
4. Decrece el costo computacional por orden de magnitud, comparado con un método en 3-D que uno en 2-D.

Para esta investigación, los valores importantes que se necesitan para ser ingresado al programa Axisem corresponde a:

1. **Modelo de velocidad:** PREM, iasp91 y Ak135. (**Imparam\_mesh:** archivo de texto que requiere este parámetro.)
2. **Periodo dominante de la simulación:** A menor periodo el programa requiere mayor costo computacional para poder ejecutarse. (**Imparam\_mesh:** archivo de texto que requiere este parámetro.)
3. **Número de CPUs.** (**Imparam\_mesh:** archivo de texto que requiere este parámetro.)
4. **Tensor de momento:** Se ingresa la fuente del terremoto como el tensor de momento. Ésta información se selecciona de acuerdo al formato que entrega el Global CMT. En la figura 4.2 se puede observar el formato, y el contenido que utiliza Axisem para ingresar los parámetros de la fuente.

```

PDEW2013  5 24  5 44 49.00  54.8900  153.2200 598.1 7.5 8.4 SEA OF OKHOTSK
event name:    201305240544A
time shift:    19.3500
half duration: 35.7000
latitude:      54.6100
longitude:     153.7700
depth:         610.9500
Mrr:           -1.670000e+28
Mtt:           3.820000e+27
Mpp:           1.280000e+28
Mrt:           -7.840000e+27
Mrp:           -3.570000e+28
Mtp:           1.550000e+27

```

Figura 4.2: Parámetros que necesita el archivo de texto CMTSOLUTION para poder generar el terremoto sintético.

5. **Imparam\_source:** Archivo de texto que requiere 3 parámetros: profundidad del evento (km), latitud y longitud del evento.
6. **Estaciones sismológicas:** Archivo de texto llamado STATIONS, donde requiere el nombre de la estación, red, latitud y longitud.

Axisem es un programa en donde el procesamiento de datos requiere solamente la profundidad de la fuente, las distancias epicentrales de la fuente-estación, periodo de simulación y el modelo de velocidad. Por otro lado, no es necesario decidir el tipo de filtrado, la respuesta del instrumento y las componentes de la estación.

---

# Capítulo 5

## Contexto sismotectónico

Para comenzar con la base y el procedimiento de la metodología para los eventos profundos seleccionados, nos centraremos primero en la caracterización del terremoto profundo ocurrido en las zonas cercanas de las Islas Bonin (ver figura 5.1), el que fue estudiado inicialmente por Bataille y Bianchi el año 2015 , y que a la vez, será el evento principal de este estudio debido a la mayor cobertura de datos sismológico que se tiene.

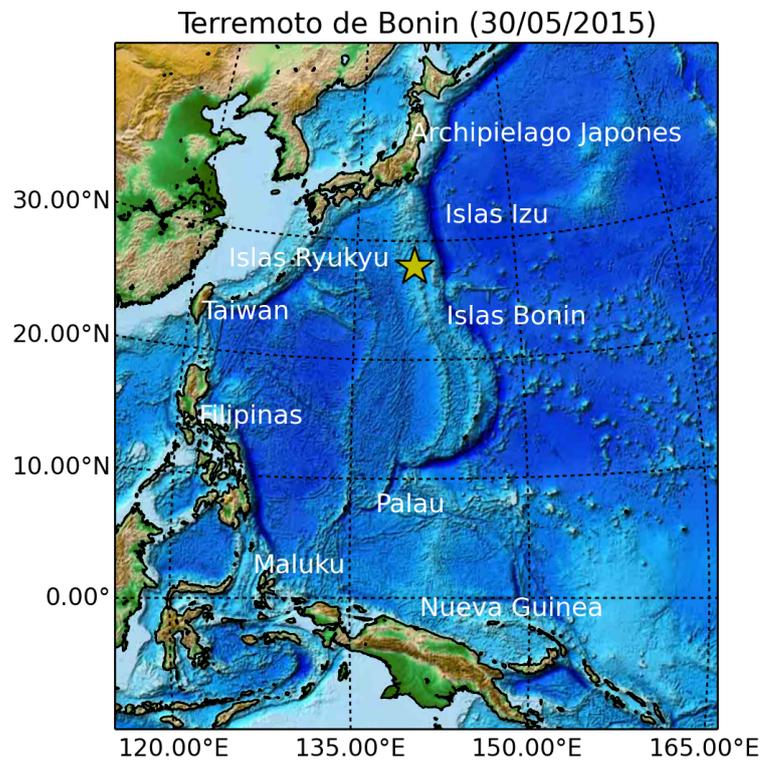


Figura 5.1: Contexto geográfico del evento principal de nuestra investigación. La estrella amarilla indica el epicentro del terremoto de Bonin, ésto de acuerdo a la organización IRIS (2015).

La localización del terremoto es donde la placa del Pacífico se mueve aproximadamente a una velocidad de  $39 \left[ \frac{mm}{años} \right]$  hacia el oeste con respecto a la placa Filipina. Esto se muestra en la figura siguiente, donde se puede observar la velocidad y dirección del movimiento de la placa del Pacífico con respecto a la placa Filipina. Estas placas están ubicadas cerca de la Fosa de Izu.

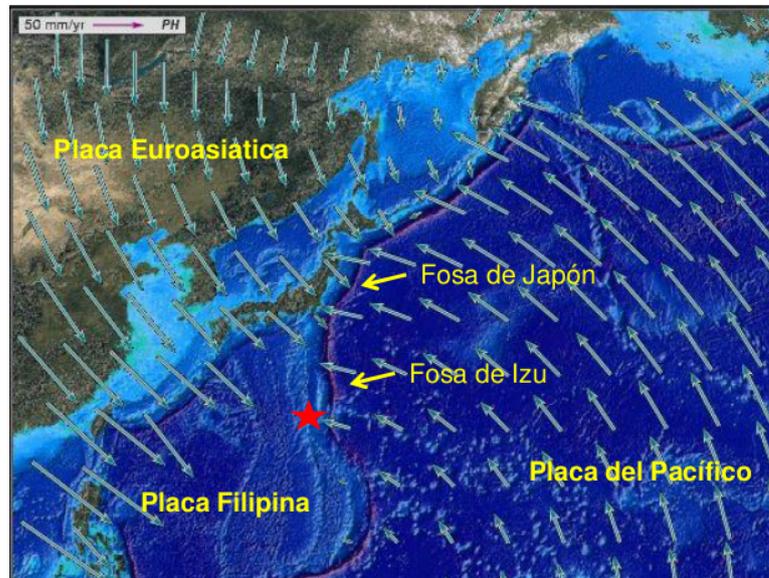


Figura 5.2: Movimiento relativo de las placas tectónicas en la zona del evento. La estrella roja indica el epicentro del evento, esto de acuerdo a la Agencia Japonesa para las Ciencias de la Tierra - Marinas y Tecnología. (Imagen obtenida de la Agencia Japonesa para las Ciencias de la Tierra - Marinas y Tecnología (2015).)

De acuerdo a Muller et al., 2008, la placa del Pacífico que se subduce, adyacente a la Fosa de Izu, tiene más de 120 millones de años, siendo muy fría, entonces, cuando se subduce debajo de la placa Filipina trae como consecuencia sismicidad hasta profundidades de 700 km.

---

# Capítulo 6

## Metodología

## 6.1 Obtención de datos sismológicos.

En esta sección se presenta el procedimiento metodológico de los datos disponibles, pre-procesamiento, procesamiento y los cálculos respectivos para obtener los resultados, esto de acuerdo a las herramientas matemáticas explicadas en el marco teórico.

El proceso de obtención de datos sismológicos fue mediante el acceso libre que se puede hacer a través de la organización IRIS. Adicionalmente, se tienen los datos facilitados mediante la investigación realizada por Bataille y Bianchi el año 2015. Éstos datos son redes brasileñas BL y BR, tipo HH, con un muestreo inicial de 100 Hz en las componentes norte, este y vertical.

Para esta investigación se cuenta con 48 estaciones (figura 6.1), para una totalidad de 13 eventos profundos para estudiar. Éstos asociados a sus respectivos mecanismos focales (figura 6.2).

En cuanto a los registros, éstos se tienen a partir del año 2010 a la fecha. Encontrándose limitancias como:

1. La escases de terremotos profundos que existen para el estudio, teniendo en consideración que lo requerido son eventos de profundidades mayores a 500 km.
2. La poca cobertura de estaciones, debido a la distancia epicentral lejana que tienen las estaciones, en las que estamos buscando energía proveniente del manto y núcleo externo, es decir, con distancias epicentrales aproximadamente entre los  $150^\circ < \Delta < 180^\circ$ .
3. Terremotos con magnitud superior a 7, debido a que magnitudes inferiores a 7 no se logra apreciar el mismo efecto de alza energética en altas frecuencias.

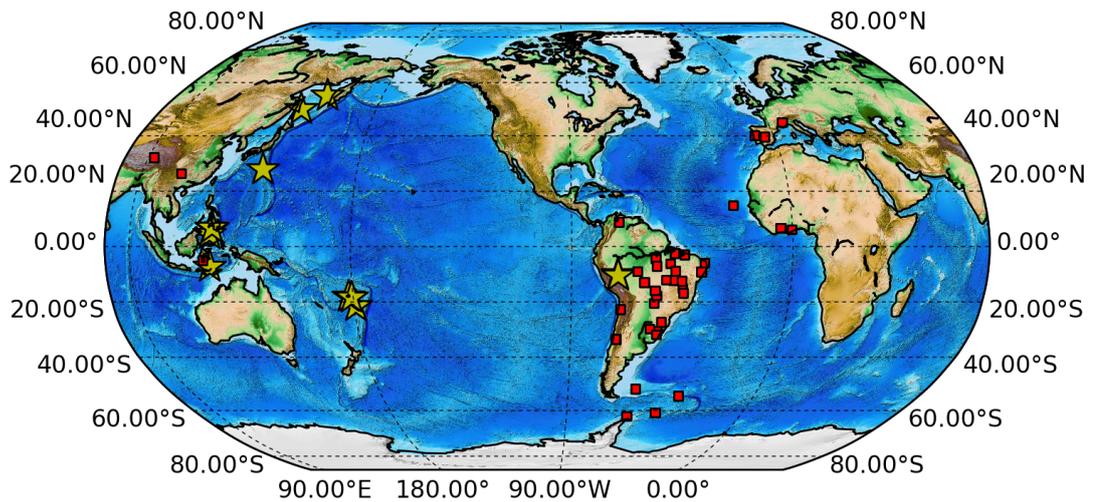


Figura 6.1: Estrella amarilla indica los epicentros de los terremotos de estudio. Los cuadrados rojos indica las estaciones sismológicas donde se encontró datos disponible para este estudio.

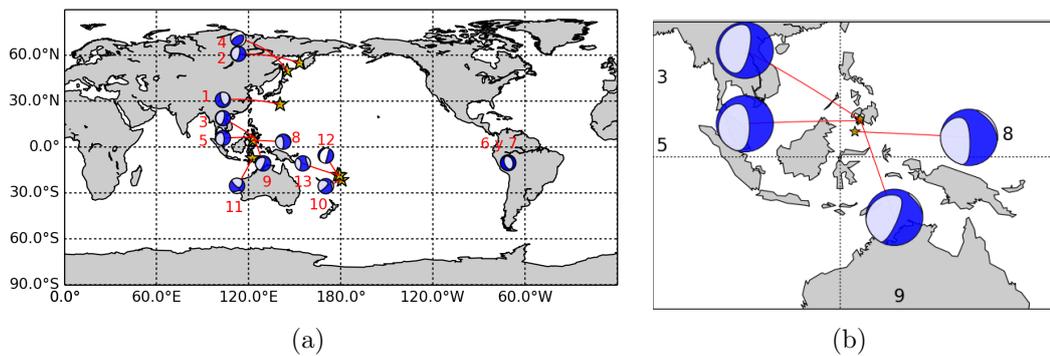


Figura 6.2: (a) Eventos con sus respectivos mecanismos focales y su enumeración descriptiva de cada evento, en el que se puede apreciar en el cuadro 6.1.(Componentes del tensor de momento que son obtenido mediante el Global CMT de Harvard). (b) Acercamiento de los eventos 3, 5, 8 y 9.

Estos eventos se encuentran con su respectiva información en el cuadro 6.1, donde se presenta el nombre del evento, fecha UTC, profundidad (km), magnitud ( $M_w$ ), latitud, longitud, y el número de estaciones disponibles para el estudio.

N°	Evento	Fecha	Profundidad (km)	Magnitud	Latitud	Longitud	N° Estaciones
1	Bonin Islands, Japan Region	2015-05-30 11:23:02 UTC	664	7.8 Mw	27.83°N	140.49°E	22
2	Sea of Okhotsk	2013-05-24 05:44:49 UTC	608	8.3 Mw	54.87°N	153.28°E	2
3	Mindanao, Philippines	2010-07-23 23:15:09 UTC	633	7.5 Mw	6.74°N	123.33°E	1
4	Sea of Okhotsk	2012-08-14 02:59:38 UTC	590	7.7 Mw	49.80°N	145.06°E	4
5	Philippine Islands	2010-07-23 22:51:13 UTC	584	7.7 Mw	6.42°N	123.58°E	2
6	Peru-Brazil Border Region	2015-11-24 22:50:54 UTC	620	7.6 Mw	10.06°S	71.02°W	1
7	Peru-Brazil Border Region	2015-11-24 22:45:38 UTC	606	7.6 Mw	10.54°S	70.94°W	3
8	Celebes Sea	2017-01-10 06:13:47 UTC	612	7.3 Mw	4.46°N	122.58°E	2
9	Mindanao, Philippines	2010-07-23 22:08:11 UTC	610	7.3 Mw	6.71°N	123.49°E	1
10	Fiji Islands Region	2011-09-15 19:31:03 UTC	629	7.3 Mw	21.59°S	179.32°W	2
11	Flores Sea	2015-02-27 13:45:05 UTC	559	7 Mw	7.36°S	122.49°E	1
12	Fiji Islands Region	2018-08-19 00:19:37 UTC	563	8.2 Mw	18.18°S	178.11°W	4
13	Fiji Islands Region	2018-09-06 15:49:18 UTC	608	7.8 Mw	18.5°S	179.3°E	1

Cuadro 6.1: En la tabla se muestra los 13 eventos estudiados para la investigación, donde entrega el nombre del evento, tiempo, profundidad, magnitud, latitud, longitud y la cantidad de estaciones disponibles para cada evento.

En este trabajo se proponen los siguientes métodos para utilizar los registros sismológicos. Esto se puede mostrar en el siguiente diagrama de la figura 6.3.

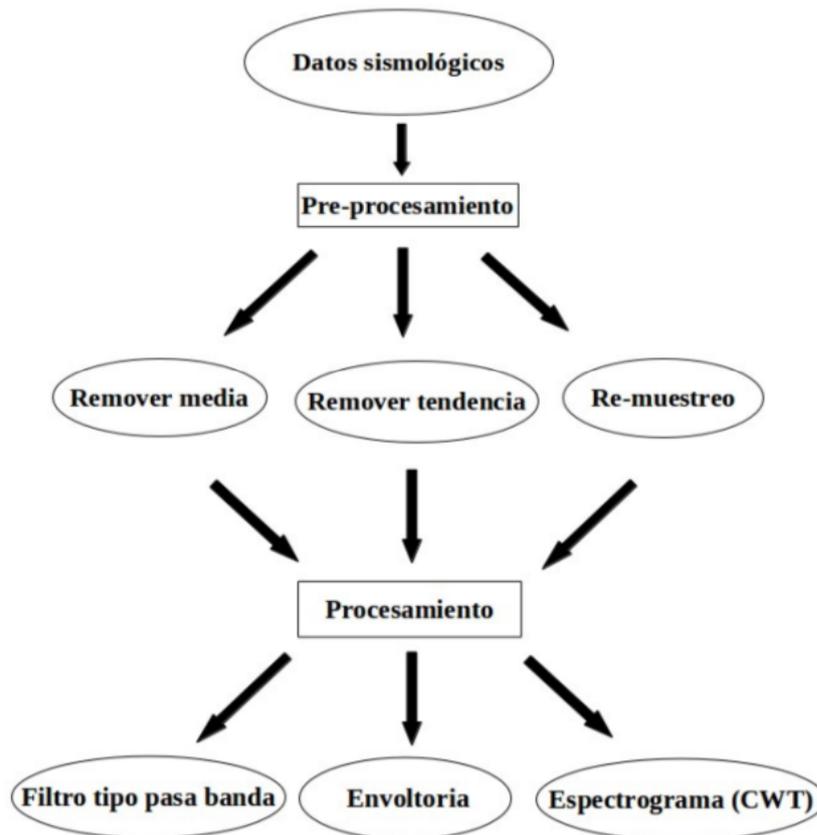


Figura 6.3: Metodología de trabajo.

A continuación se explica el pre-procesamiento y procesamiento a utilizar en este estudio según mostrado en la figura 6.3.

## 6.2 Pre-procesamiento: Tratamiento de datos sismológicos

Para la selección de datos para cada terremoto proveniente de IRIS, se procede a descargar con una ventana de tiempo de 3600 s, y utilizando la componente vertical de cada estación, debido a que llega de mejor manera la recepción de la señal con respecto a la distancia epicentral lejana. Para los cálculos respectivos no fue necesario obtener la respuesta del instrumento en unidades de aceleración, desplazamiento o velocidad, ya que sólo necesitamos observar los rangos de frecuencias de cada sismograma. Estas mismas condiciones se aplican a los registros de las estaciones sismológicas brasileñas.

### 6.2.1 Ajuste de los datos crudos

1. **Remover la media y tendencia:** Cálculo aplicado en Obspy, donde permite centralizar la traza en cero y a la vez, su tendencia en cero. Esto permite una mejor visualización y así limpia la señal de mejor manera con respecto al ruido sísmico que pueda haber.
2. **Re-muestreo:** Debido a la tasa de muestro de 100 Hz de las redes BR y BL, se genera un costo computacional para trabajar, por tanto es necesario reducir el muestreo de 100 Hz a 50 Hz. Por tanto, ocupamos la función `.Decimate()` de Obspy-Python, en la cual se interpola la traza seleccionada permitiendo la reducción de la frecuencia de muestreo en una serie de tiempo, generando así un factor determinado.

Sin embargo, hay que tener la consideración de que este factor que se ingresa en python debe ser número entero, por tanto, el factor 2 se acomoda a nuestro estudio, debido a que si la frecuencia deseada disminuye más de la mitad de la frecuencia del muestreo estamos superando la frecuencia de onda crítica (frecuencia Nyquist). Entonces, si fuese el caso de una disminución de frecuencia que uno quiera observar y con un bajo muestreo que pueda existir, se puede generar el efecto de alisado para la señal sísmica.

## 6.3 Procesamiento

Al realizar el procedimiento anterior a los datos crudos, corresponde ahora aplicar los cálculos a cada herramienta matemática.

1. **Envoltorios:** Evaluación de frecuencias mediante sus amplitudes en el tiempo, donde de forma inicial como es mostrado en la sección 7.1 de resultados, se evalúa frecuencias inferiores a 1 Hz, aplicando envolventes a cada señal filtrada mediante bandas frecuenciales, las cuáles son de 0.2-0.7 Hz, 0.3-0.8 Hz, 0.4-0.9 Hz y 0.5-1 Hz. Luego se evalúa a bandas frecuenciales mayores a 1 Hz. Estas bandas serán de 1-6 Hz, 2-7 Hz, 3-8 Hz y 4-9 Hz respectivamente, con el objetivo de resaltar las distintas escalas de frecuencias en las que aparecen estas supuestas ondas no reconocidas en la señal. Con esto se obtiene una evolución completa en términos de frecuencias en el tiempo, mediante la comparación de que si estas ondas aparecen sólo en frecuencias altas o también en frecuencias bajas de cada estación.

Para la visualización de la envolvente en los resultados, se hace la aclaración del por qué el inicio de la envolvente en algunas bandas filtradas presentan oscilaciones, y es debido a que antes de los 1000 s aparecen otras llegadas de ondas las cuales no son de importancia en el estudio, como es el caso de la llegada de la onda Pdiff.

2. **Espectrograma:** Se aplica el método del cálculo CWT para así obtener la transformada de ondeletas de la señal sísmica. Esta evaluación permite distinguir el rango dominante de frecuencia en una cierta ventana de tiempo determinada. Esto para ver donde se encuentra la mayor concentración de energía en el tiempo y, luego, se procede a normalizar la señal al máximo valor, esto de acuerdo a la banda frecuencial que uno selecciona en la cual contenga la mayor cantidad de energía entre las fases PKIKP y PKP. Es importante aclarar que en este cálculo no se aplica para frecuencias bajas ya que se analiza el scattering de ondas sísmicas en altas frecuencias.
3. **Filtro pasa banda:** Esto tiene como objetivo evaluar el rango de frecuencia en el que se encuentre la mayor energía posible entre las fases directa PKIKP y PKP, aplicando filtros pasa banda tipo Butterworth para cada sismograma. Esto distinguirá el arribo de energía que llega entre estas fases sísmicas de la señal completa.

### 6.3.1 Procesamiento de los datos para aplicar a la función CWT

Para aplicar la función CWT, se ocupa la función `obspy.signal.tf_misfit` de Obspy-Python. Donde esta función calcula las ondeletas en el dominio de las frecuencias utilizando una ventana Morlet por defecto. Por tanto, las variables

input que requiere esta función se definen de la siguiente manera:

$$cwt(st, dt, W_o, f_{min}, f_{max}) \quad (6.1)$$

- St: Datos de la señal sísmica.
- dt: Tiempo de muestreo.
- Wo: Parámetro que indica la resolución de la frecuencia con el dominio del tiempo de la ondeleta. De forma gráfica, ésta nos entregará el ancho de ventana de la ondeleta.
- $F_{min}$ : Frecuencia mínima para aplicar la transformada de ondeleta.
- $F_{max}$ : Frecuencia máxima para aplicar la transformada de ondeleta.

Para el tratamiento de las redes sismológicas, debemos hacer la distinción de que cada red que se ocupa tiene distintas mediciones de muestreo, por tanto, el dt que se ingresa a la función va a ir variando.

En la siguiente lista enumerada se muestra las distintas redes utilizadas y con sus respectivas mediciones de muestreo y dt.

1. BR 100 Hz 0.01
2. BL 100 Hz 0.01
3. CB 100 Hz 0.01
4. II 40 Hz 0.025
5. IU 40 Hz 0.025
6. C1 40 Hz 0.025
7. GT 40 Hz 0.025
8. SS 40 Hz 0.025
9. AF 40 Hz 0.025
10. BR2 40 Hz 0.025
11. MN 20 Hz 0.05

---

# Capítulo 7

## Resultados

## 7.1 Distribución de energía en frecuencias bajas ( $\leq 1$ Hz) y altas ( $\geq 1$ Hz)

A través de las envoltorias mostradas en esta sección, se puede observar el comportamiento de la energía en distintos rangos de frecuencias, ésto de acuerdo a las amplitudes que van teniendo en el tiempo.

Uno de los comportamientos ideales que debe presentar la onda, tanto a frecuencias menores a 1 Hz y superior a 1 Hz, es su similar forma de onda. Esto se puede apreciar en la figura 7.1.

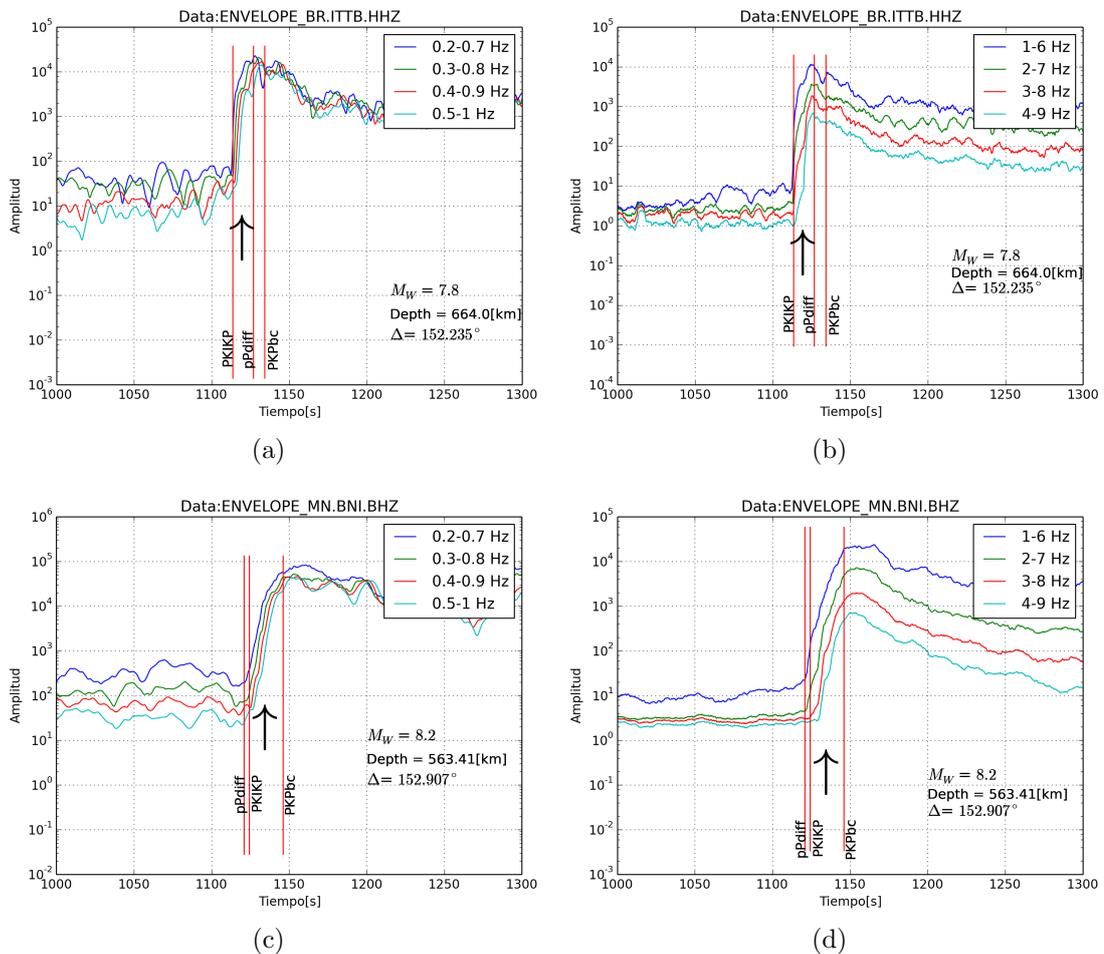


Figura 7.1: Figuras 7.1.a y 7.1.b son registros de envoltorias de la estación ITTB del evento cercano a las Isla Bonin 2015. Para las figuras 7.1.c y 7.1.d, se muestra el mismo procedimiento, ahora para la estación BNI del evento de la región de Fiji 2018. Línea roja continua muestra la llegada de las fases PKIKP y PKP. La flecha negra sólo indica la zona de estudio en el que aparece el arribo de energía no explicada.

En la figura 7.1 se muestra que las variaciones de amplitudes en términos de las bandas frecuenciales se comportan de manera similar, teniendo una forma de onda parecida, tanto en frecuencias menores a 1 Hz como frecuencias mayores a 1 Hz. Sin embargo, se observa que el cambio o salto de amplitud en órdenes de magnitud es significativo, lo que se puede observar en la figura 7.1.b y 7.1.d, a la llegada de la onda directa PKIKP, que presenta un cambio de 3 órdenes de magnitud. Por otro lado, hacer la distinción de que la energía proveniente de frecuencias mayores a 1 Hz (Figuras 7.1.b y 7.1.d) se distingue mejor lo que es la señal con respecto a las oscilaciones, ya que en frecuencias bajas a 1 Hz la señal presenta perturbaciones, teniendo mayores ondulaciones con respecto a las envoltorias de frecuencias mayores a 1 Hz.

Sin embargo, al analizar estos eventos profundos con mayor detalle y mediante la metodología explicada en la sección anterior, se realizan más comparaciones de estas distribuciones frecuenciales obteniéndose un patrón similar en los 13 terremotos estudiados. En efecto, al comparar estas frecuencias bajas y altas en la figura 7.2, sobretodo las frecuencias altas, se muestra la aparición del arribo de energía en distintas bandas de frecuencias entre la fase PKIKP y PKP, del cual en las frecuencias bajas no se logra visualizar. Por tanto existe un comportamiento que no coincide con lo pensado inicialmente de esta sección, por lo que estamos en una disyuntiva, que origina la línea de nuestra investigación, consistiendo en evidenciar este patrón de energía que se forma, y ver las características que lo puedan generar, y si esto corresponde a un evento puntual o son varios eventos en los cuales se repite el mismo comportamiento.

Luego en las figuras 7.2 y 7.3, se puede identificar el cambio de energía, una vez que comienzan a aumentar las bandas frecuenciales inferiores de 1 Hz y superiores de 1 Hz. Este cambio es especialmente observado principalmente en los saltos de órdenes de magnitud en frecuencias mayores a 1 Hz y entre las llegadas de las ondas PKIKP y PKP. Entonces, esta energía es contenida en las altas frecuencias, que es indicada con la flecha que se muestra en las figuras siguientes. El primer caso (Figura 7.2), muestra el registro del evento de Bonin, con las estaciones PEXB ( $\Delta = 162.496^\circ$ ) (Figura 7.2.a y 7.2.b), y estación ITQB ( $\Delta = 165.306^\circ$ ) (Figura 7.2.c y 7.2.d). Por otro lado, esta flecha también es mostrada en las envolturas de las frecuencias bajas y al mismo tiempo esta posicionado en las envolturas de las frecuencias altas. Ésto es para dejar en evidencia que los grandes saltos de órdenes de magnitud en las distintas bandas frecuenciales es posible observarlos sólo en las frecuencias altas.

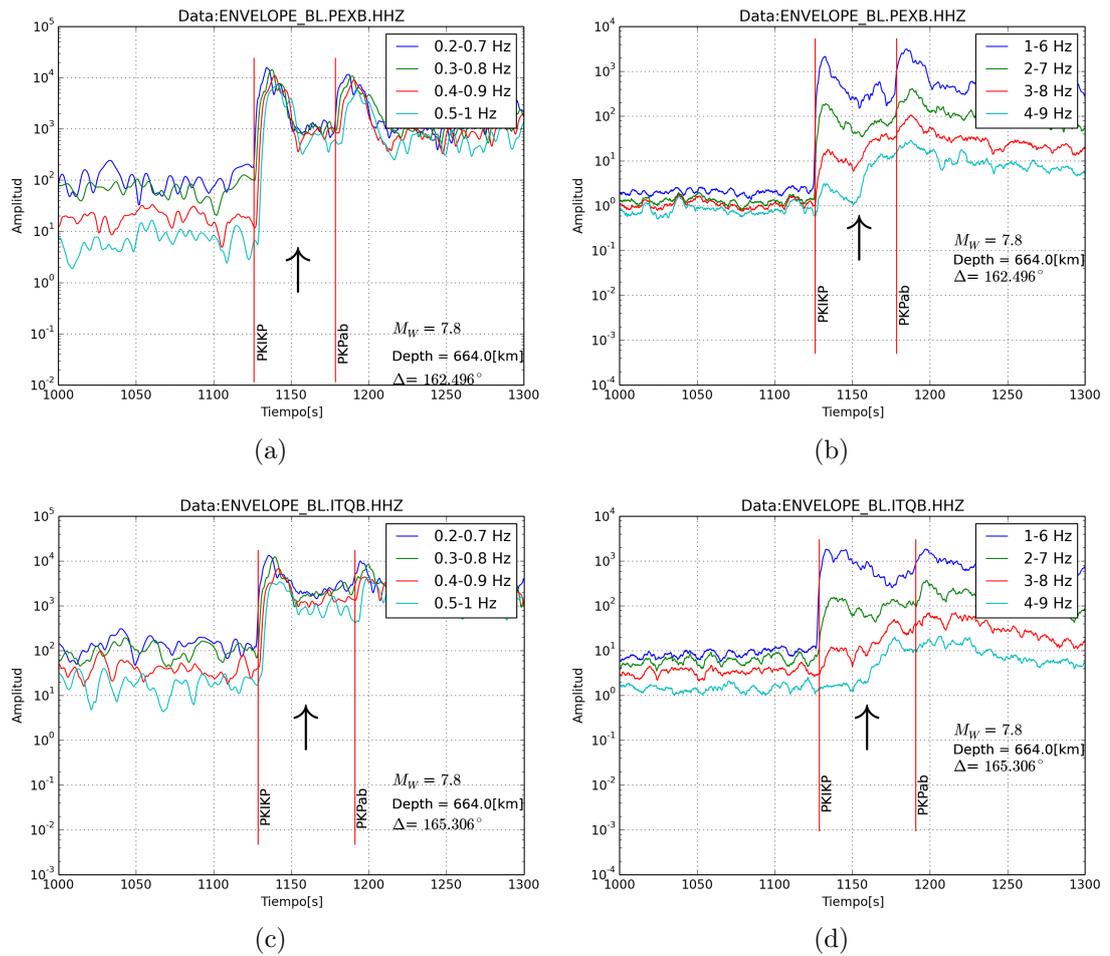


Figura 7.2: Registros de la estación PEXB e ITQB del evento de Bonin 2015. Envoltorias en distintos colores, representando las bandas frecuenciales (0.2-0.7 Hz, 0.3-0.8 Hz, 0.4-0.9 Hz, 0.5-1 Hz), en la que muestra frecuencias menores a 1 Hz, y frecuencias sobre 1 Hz (1-6 Hz, 2-7 Hz, 3-8 Hz, 4-9 Hz). Línea roja muestra el tiempo de llegada de la fase de onda directa (PKIKP y PKP). La flecha negra indica el peak importante en donde aparece la energía precursora contenida en las frecuencias altas, y luego aparece la onda de fase directa PKP.

Luego, en la figura 7.3 se puede mostrar el mismo comportamiento según lo mostrado en la figura anterior, pero en este caso se ve en distintos eventos. El primer caso registrado en la estación DBIC ( $\Delta = 166.806^\circ$ ) para el evento del 2018 en las Islas Fiji (Figura 7.3.a y 7.3.b), y el segundo caso ocurrido el 2010 en Islas de Filipinas, registrado en la estación AGBLB ( $\Delta = 160.627^\circ$ ) (Figura 7.3.c y 7.3.d).

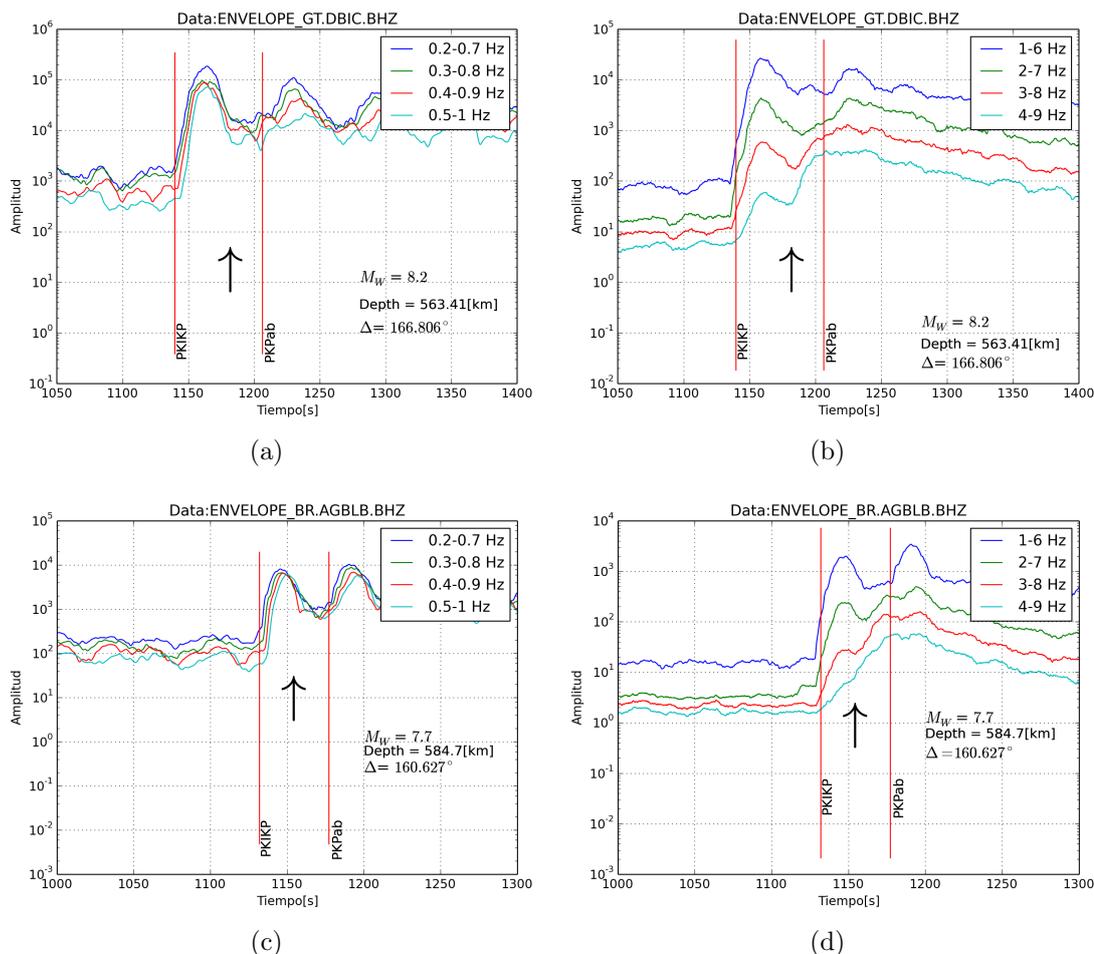


Figura 7.3: Figuras 7.3.a y 7.3.b son registro en la estación DBIC del evento de las Islas Fiji 2018 (Evento  $n^\circ 12$  de acuerdo al cuadro 6.1). Envoltorias en distintos colores, representando las bandas frecuenciales (0.2-0.7 Hz, 0.3-0.8 Hz, 0.4-0.9 Hz, 0.5-1 Hz), en la que muestra frecuencias menores a 1 Hz, y frecuencias sobre 1 Hz (1-6 Hz, 2-7 Hz, 3-8 Hz, 4-9 Hz). Para las figuras 7.3.c y 7.3.d, se muestra el mismo procedimiento, ahora para la estación AGLBL del evento de las Islas Filipinas 2010 (Evento  $n^\circ 5$  de acuerdo al cuadro 6.1). Línea roja muestra el tiempo de llegada de la fase de onda directa (PKIKP y PKP). La flecha negra indica el peak importante en donde aparece la energía precursora contenida en las frecuencias altas, y luego aparece la onda de fase directa PKP.

En esta sección, se muestran casos representativos de cada evento registrado que indican un evidente salto hacia las altas frecuencias, ocurrido esto entre las fases directas PKIKP y PKP, especialmente en las frecuencias bandpass 3-8 Hz y 4-9 Hz (Figuras 7.2.b, 7.2.d, 7.3.b y 7.3.d).

## 7.2 Distribución espectral en frecuencias altas ( $\geq 1$ Hz)

Lo mostrado de acuerdo a la sección anterior, hace hincapié para ver en este ítem la localización de estos saltos de energía contenida en las altas frecuencias entre las fases PKIKP y PKP en una ventana temporal entre los 1000 s y 1300 s para cada terremoto de este estudio.

Dado a que el terremoto ocurrido en las Islas cercanas de Bonin de magnitud  $M_w = 7.8$  es el más representativo en este estudio, dado a que tiene mayor cobertura y registro sísmico, llegando éstos a medir desde Brasil a una distancia epicentral máxima encontrada de  $\approx 166^\circ$ . Luego sigue el terremoto de magnitud  $M_w = 8.2$ , ocurrido en las Islas Fiji, y finalmente el terremoto de magnitud  $M_w = 7.6$  en los bordes andinos Perú y Brasil. Éstos terremotos presentan una magnitud cercana a los  $M_w = 8$  y además se logra observar mejor los saltos de energía en altas frecuencias entre las fases PKIKP y PKP. El resto de los eventos son de menor magnitud y de profundidades menores a los 600 km, donde puede observar la disminución de estos saltos de energías.

Finalmente estas observaciones son mostradas a partir de las figuras 7.4 en adelante, mediante envolvente, espectrograma, filtro tipo pasa banda y espectrograma normalizado.

## Evento en la región de Bonin (30/05/2015)

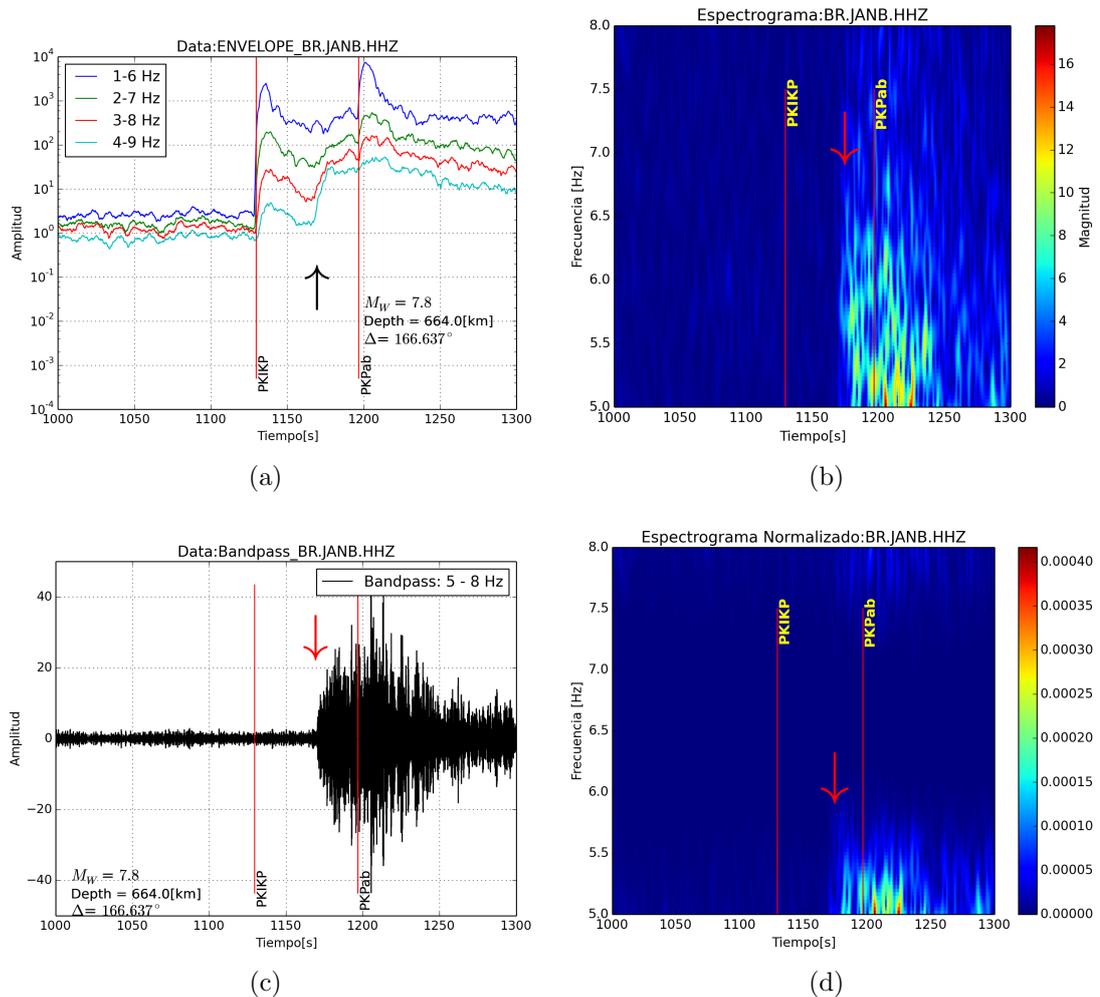


Figura 7.4: La figura 7.4.a muestra la envoltoria en distintas bandas frecuenciales (1-6 Hz, 2-7 Hz, 3-8 Hz, 4-9 Hz), aplicada al registro de la estación JANB del evento de Bonin (2015). Con una ventana de tiempo de entre los 1000 s -1300 s. Este salto de energía dominante es señalado con la flecha de color negro. La figura 7.4.b muestra el espectrograma a la misma ventana temporal que la figura 7.4.a, así permitiendo observar el contenido de energía encontrada a la banda frecuencial entre los 5 Hz y 8 Hz. Este peak que se genera se muestra con la flecha roja. La figura 7.4.c muestra el filtro pasa banda de esta misma banda seleccionada en la figura 7.4.b, en la cual se distingue el salto de energía por sobre la llegada de la onda directa PKP. La figura 7.4.d señala el espectrograma normalizado al máximo valor, permitiendo así observar la mayor concentración de energía en el rango frecuencial encontrado.

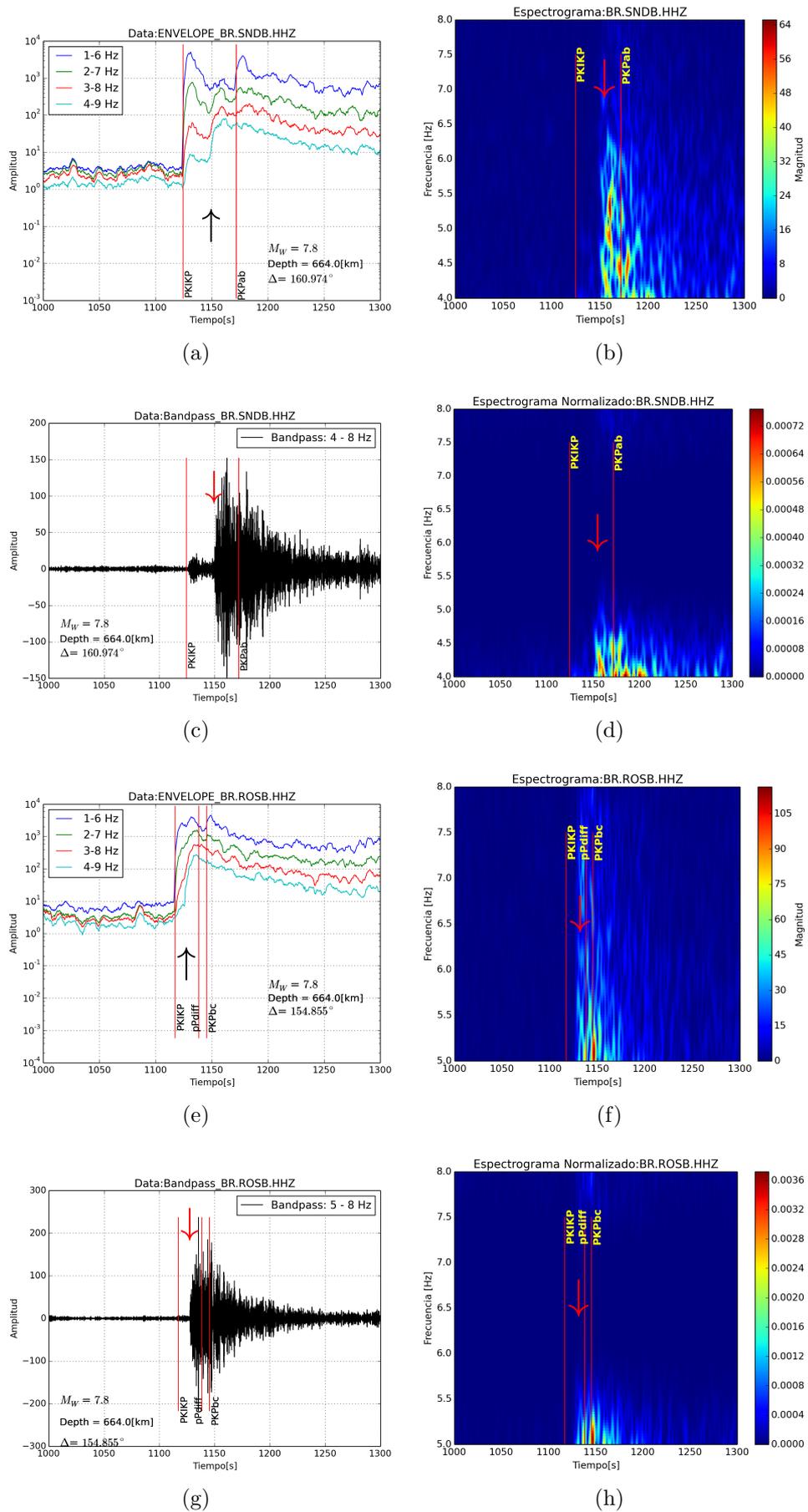


Figura 7.5: Figuras 7.5.a, 7.5.b, 7.5.c y 7.5.d corresponden al registro de la estación SNDB, y 7.5.e, 7.5.f, 7.5.g y 7.5.h , son del registro de la estación ROSB del terremoto de Bonin (2015). En estas figuras se puede observar de acuerdo a la flecha el salto de energía en el cual no esta asociada a ninguna fase.

Evento en las Islas Fiji (19/08/2018)

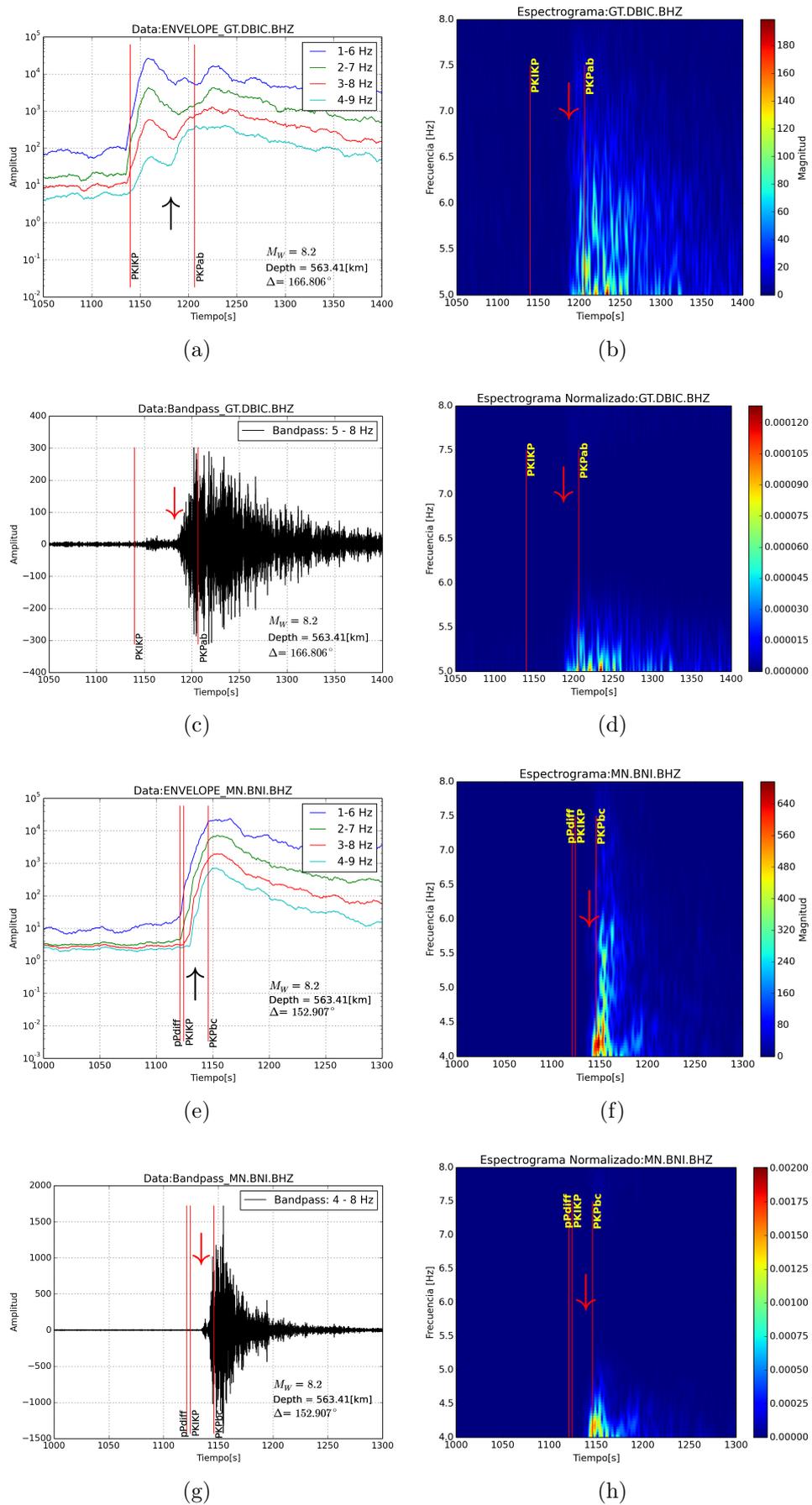


Figura 7.6: Figuras a, b, c y d, corresponden al registro de la estación DBIC, y figuras e, f, g y h son del registro de la estación BNI. En estas figuras se puede observar el mismo arribo de energía, similar a lo mostrado en la figura 7.4 y 7.5.

Evento en las zonas de: Perú-Brasil, 2015 (Estación NAQ). Okhotsk, 2012 (Estación EFI). Islas de Filipinas, 2010 (Estación AGLLB). Islas de Fiji, 2011 (Estación KUKU).

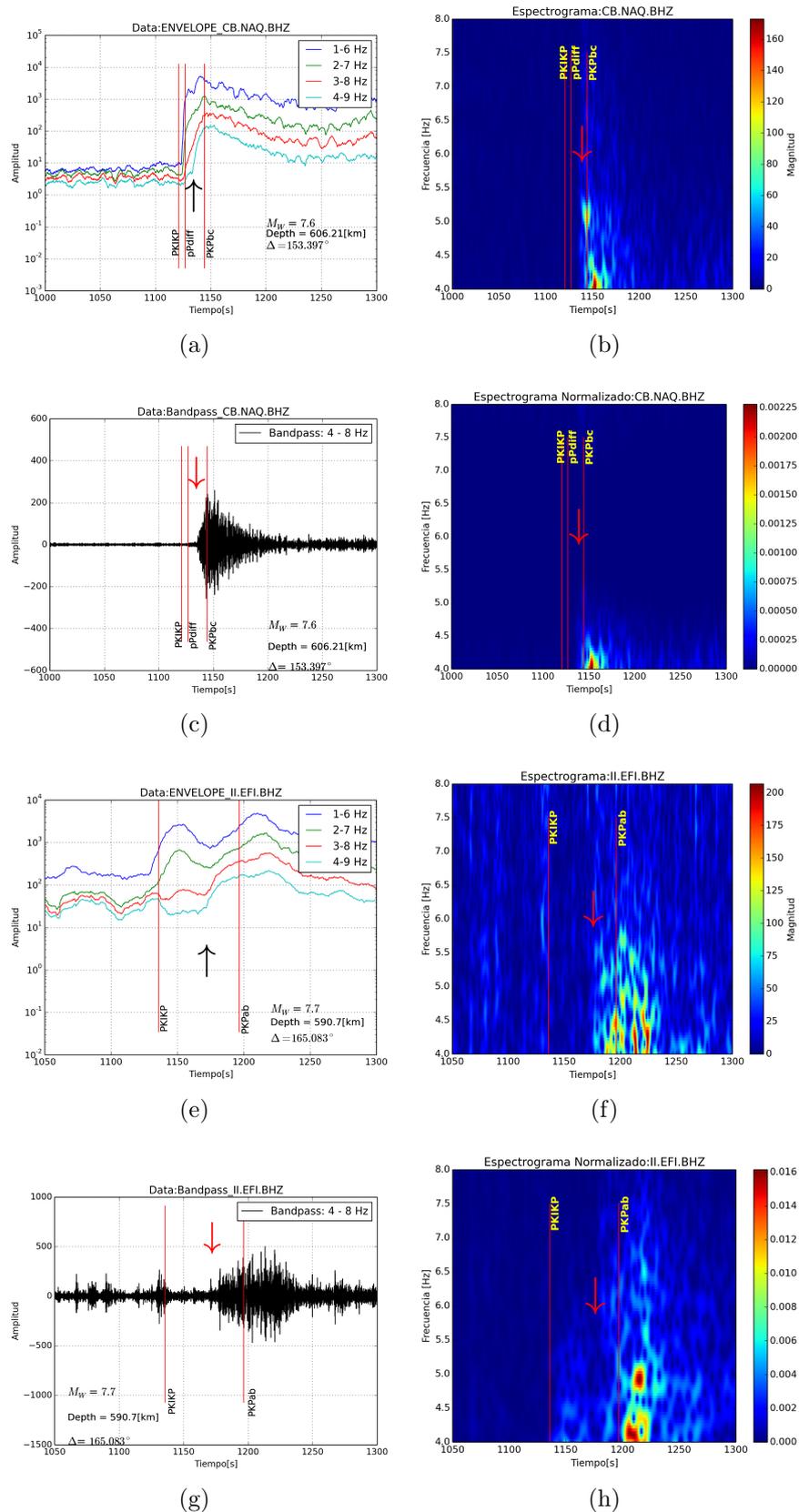


Figura 7.7: Figuras a, b, c y d corresponden al registro de la estación NAQ (evento en la zona entre Perú y Brasil, 2015), y figuras e, f, g, y h son del registro de la estación EFI (evento en la zona de Okhotsk, 2012). Eventos  $n^{\circ}7$  y  $n^{\circ}4$  con respecto al cuadro 6.1

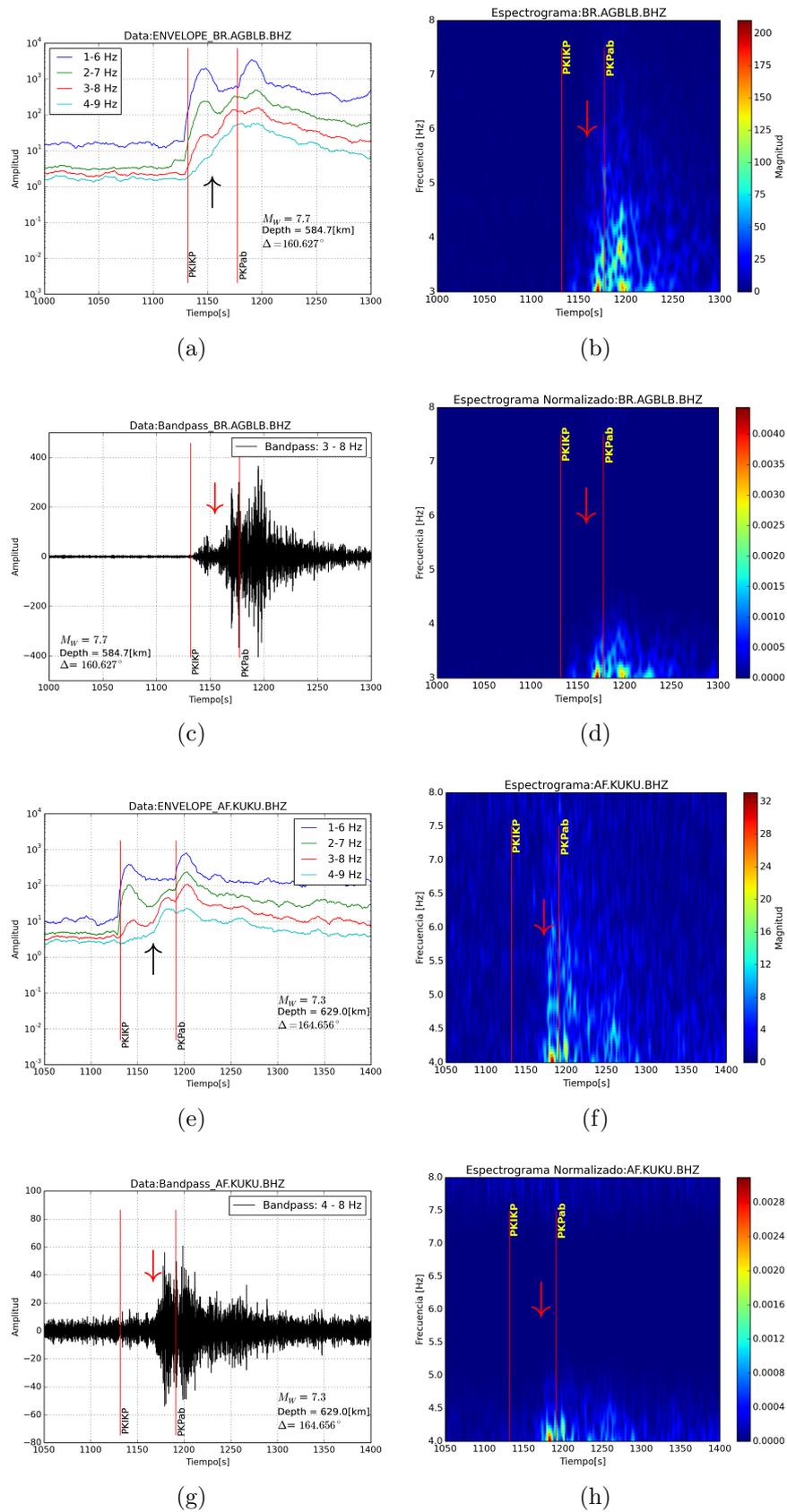


Figura 7.8: Figuras a, b, c, y d corresponden al registro de la estación AGBLB (evento en zona de las islas de Filipinas, 2010), y figuras e, f, g, y h son del registro de la estación KUKU (evento en la zona de las islas de Fiji, 2011). Eventos  $n^\circ 5$  y  $n^\circ 10$  con respecto al cuadro 6.1

Las figuras 7.4, 7.5, 7.6 y 7.7 muestran el comportamiento de la energía contenida en las distintas bandas frecuenciales que han sido generadas en los distintos eventos. Es importante mencionar que en cada evento mostrado existe un comportamiento característico similar, como la aparición de saltos en las bandas frecuenciales (bandpass: 1-6 Hz, 2-7 Hz, 3-8 Hz, 4-9 Hz), y esto generado en los tiempos de arribo de las fases principales de este estudio, entre PKIKP y PKP. Especialmente, se destaca primero los arribos de la onda PKIKP en los filtros 1-6 Hz, porque presentan los mayores cambios de órdenes de magnitud, que en estos casos fue de saltos de aproximadamente de 3 órdenes, como se observa en las figuras 7.4.a, 7.5.a, y 7.6.e.

Luego, estando entre los tiempos de arribos de las dos fases principales comienza la aparición de pequeños saltos en las altas frecuencias, actuando como un patrón de energía que llega antes de la onda PKP. Este salto se comienza ya a observar a partir de la banda 2-7 Hz (figura 7.4.e, 7.7.a, 7.8.a, y 7.8.e). Sin embargo, este salto frecuencial de 1-6 Hz comienza a disminuir en amplitud y a medida que avanza la señal, los saltos en los filtros 3-8 Hz y 4-9 Hz comienzan a aumentar en amplitud, especialmente el filtro 4-9 Hz, que supera fácilmente el orden de magnitud (ver figura 7.4.a, 7.5.a, 7.5.e, 7.6.a, y 7.7.a).

Estas alzas energéticas que llegan entre las fases PKIKP y PKP es posible identificarlas mediante el método del espectrograma, en donde se observa que estos pulsos de energía son congruentes con los saltos que se observan en las envoltorias (ver ejemplo de la figura 7.4.a, 7.4.b, 7.4.c y 7.4.d). Y, que a la vez, estos saltos al observarlos con los filtros tipo pasa banda, se logra hacer la distinción de que este salto sea efectivamente parte de la señal que se genera y que aparece en las altas frecuencias, ésto de acuerdo a los rangos de distancias epicentrales y profundidades determinadas de un evento. Por tanto, este método de espectrograma obtenido mediante la función CWT, donde esta función calcula las ondeletas en el dominio de la frecuencia utilizando una ondeleta tipo Morlet, se procede luego a normalizar para así asegurarse de que no aporte mayor energía adicional al pulso energético que estamos observando en este estudio. Por tanto, podemos lograr reconocer los rangos altos de energía en distintas estaciones sismológicas como es en el caso de la figura 7.8.d, donde se encuentra la energía entre los 3 y 3.5 Hz, luego en la figura 7.5.h se observa energía contenida entre los 5 y 5.5 Hz, y en la figura 7.6.h, se obtiene valores de energía contenida entre los 4 y 4.5 Hz.

Esta aparición de energía es de relevancia ya que se encuentra contenida en fre-

cuencias mayores a 1 Hz, y aparece a distancias epicentrales lejanas con respecto al origen del evento debido a que se observa entre el manto y el núcleo. Por otro lado, es importante hacer la distinción de que cuando se habla de liberación de energía de los terremotos, debido a la cercanía con la fuente sísmica, se permite analizar el comportamiento en altas frecuencias de ondas sísmicas, porque no hay cobertura habitualmente en el análisis de terremotos con instrumento de campo lejano, debido a la rápida atenuación de la alta frecuencia con la distancia (Ruiz, 2008).

Mediante modelamientos de fuentes sísmicas han sugerido que la energía de alta frecuencia liberada por los terremotos proviene de pequeñas caídas de tensión en los planos de falla (Wallace et al, 1981; Mori & Shizamaki, 1984). También la energía de alta frecuencia de los terremotos usualmente ha sido considerada aleatoria, sugiriendo una gran variación en la caída de tensión durante los terremotos (Gibowicz & Kijko, 1994).

Es importante señalar que los saltos de energía en altas frecuencias se observan en los distintos eventos, ya sea en las llegadas de las fases directas PKIKP y PKP, y lo que sucede entre ambas fases. Ésto es una observación evidente, por otro lado, estos saltos en cuanto a sus cambios de órdenes de magnitud, son bastante similares de un evento a otro, pero haciendo la distinción que en la figura 7.9.c y 7.9.d registran amplitudes mayores, superando la potencia de  $10^4$ . Además, estos cambios de amplitudes mayores se dan con los eventos que presentan mayor magnitud debido a que existe mayor liberación de energía.

### 7.3 Onda refractadas de la frontera Manto-Núcleo

Es importante observar estas alzas de energía en altas frecuencias entre las fases directas de estudio (PKIKP y PKP) y en cómo se van propagando en el tiempo, ya que al generarse este salto de amplitud no existe ninguna fase asociada a este arribo de energía. En efecto se puede preguntar si este pulso energético será contribuyente a la energía proveniente de la onda PKP que llega segundos después o probablemente se pueda disipar antes de la llegada de la onda PKP.

De acuerdo a las envolventes aplicadas en la figura 7.9, se puede observar en distintos eventos la evolución de esta alza energética mediante una ventana temporal de los 1000 s a 1600 s de la señal completa.

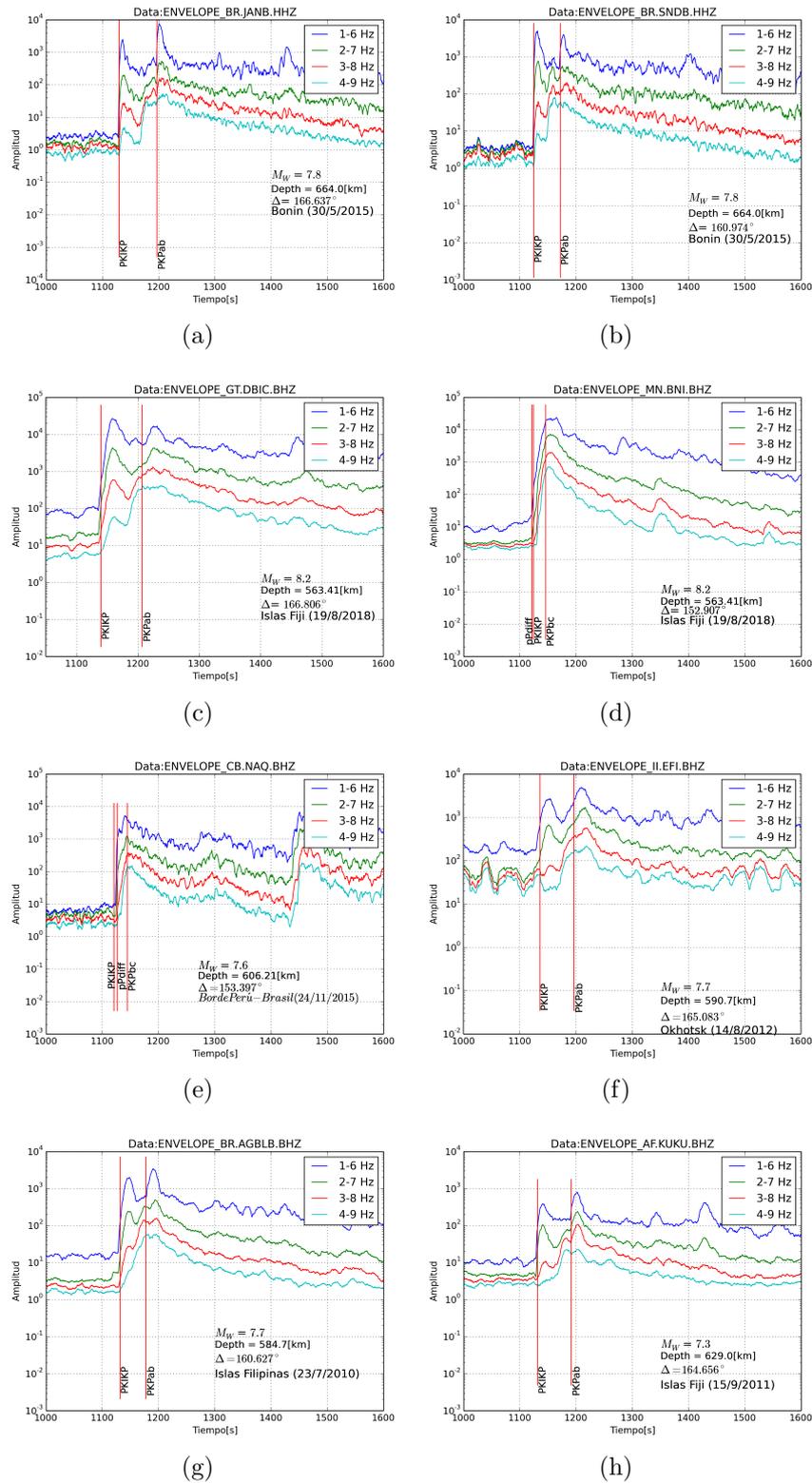


Figura 7.9: Estas figuras muestran las envoltorias representativas en bandas frecuenciales, y con frecuencias superiores a 1 Hz en los distintos eventos del estudio. La línea roja muestra el arribo de la fase directa PKIKP y PKP, en una ventana de tiempo entre los 1000 s y 1600 s principalmente.

De acuerdo a la figura 7.9 se puede observar que la banda frecuenciale de 4 - 9 Hz en

la mayoría de las envolventes de cada terremoto es la que presenta notoriamente un alza energética entre las fases PKIKP y PKP, pero una vez que aparece el arribo de la onda PKP, se observa claramente que su alza energética proveniente de la onda PKP, modifica sólo la forma de la envolvente en la banda frecuencial de 1 - 6 Hz, ya que las bandas de 2 - 7 Hz, 3 - 8 Hz y 4 - 9 Hz no presentan variación, y a medida que pasa el tiempo comienzan a decaer sus amplitudes de manera exponencial. Con esto se puede interpretar la sensibilidad que presenta la onda PKP en las altas frecuencias, en donde su contribución energética aparece con mayor amplitud en la banda de 1 - 6 Hz. Dado a esto, se puede interpretar que la onda PKP se debilita a frecuencias mayores de 6 Hz.

En la sección de anexo se puede observar el registro de la señal completa (3600 s) de cada estación que se muestra en la sección 7.3. Y, también, registros de señal a frecuencias más altas que las mostradas anteriormente, pero con saltos de órdenes de magnitud que no supera un orden.

---

# Capítulo 8

## Discusión y Conclusión

De acuerdo a lo mostrado en la sección de resultados, la evidencia de scattering en las altas frecuencias no es solamente generado de un evento profundo en particular, sino de distintos eventos profundos y a distancias epicentrales mayor a  $150^\circ$ , en la que es posible evidenciar una fase entre los arribos de PKIKP y PKP en altas frecuencias.

De manera inicial en la sección 7.1, se observa la forma de las envoltorias de las frecuencias bajas con respecto a las frecuencias altas. En estas últimas se evidencia la generación de alza energética, las que no se pueden ver en las frecuencias bajas, lo que puede suponer la llegada de otras ondas que modelos de velocidad como iasp91 y PREM no explican este arribo de energía en los distintos eventos estudiados.

Al observar este contenido de energía en las altas frecuencias en distancias lejanas, se puede pensar que esta energía que se propaga al interior de la Tierra se deba a que esta energía se filtre en menos estructuras internas de la Tierra, y que luego esta energía finalmente llegue a un punto en que se difracte a la superficie.

En la sección 7.2 de los resultados, se logra identificar la alza energética contenida en las frecuencias de 3 a 3.5 Hz aproximadamente (figura 7.8.d). Luego, se puede identificar energía en rangos de frecuencia de 4 a 4.5 Hz (ver figuras ejemplo: 7.5.d, 7.6.h, y 7.8.h). Sin embargo, en las figuras 7.4.d, 7.5.h, y 7.6.d, se identifica de manera relevante y clara, energía generada en rangos frecuenciales mayores, entre los 5 a 5.5 hz. Estos rangos de frecuencias registrados en las distintas estaciones sismológicas varía posiblemente debido a las características propias de los terremotos, por ejemplo la magnitud y profundidad del evento.

En efecto, la aparición de energía que llega antes y cómo ésta prevalece en el tiempo después del arribo de la fase PKP, como bien se mencionó en la sección 7.3, cuestiona el origen de esta alza energética dado que los modelos de velocidad de la Tierra no explican este arribo.

Por tanto de forma concluyente y de acuerdo a lo realizado en este estudio, lo mostrado en los espectrograma normalizado muestra que las energías máximas se encuentran contenidas entre los 3 a 5.5 Hz. Teniendo la consideración de un modelo de velocidad como IASP91 (Kennet & Engdahl, 1991), donde la velocidad de onda de la onda P, entre el manto y núcleo externo es de  $\approx 13.6 \frac{km}{s}$ , por tanto, la longitud de onda P ( $\lambda_p$ ) de 5.5 Hz que se propaga se puede expresar mediante la relación de dispersión, en donde esta relación explica el efecto que tiene la

dispersión de un medio sobre las propiedades de una onda que viaja dentro de ese medio. Por tanto, relacionamos su longitud de onda con su frecuencia en la siguiente relación:

$$v = \frac{\omega}{|\mathbf{k}|} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = f\lambda$$

De esta forma, la longitud de onda queda expresado mediante la ecuación 8.1.

$$\lambda = \frac{v}{f} \tag{8.1}$$

Longitud de la onda P con  $v = V_p$

$$\lambda_{5.5} = \frac{13.6[\frac{km}{s}]}{5.5[Hz]} \approx 2.5[\text{km}] \tag{8.2}$$

Esta longitud de onda permite interpretar sobre la existencia espacial en la que estas ondas sísmicas se propagan en las altas frecuencias, generando posiblemente un tren de ondas, que comienza a experimentar una cierta reverberación, debido a que son atrapadas en determinada zona y con un cierto espesor de menor tamaño que con respecto a la longitud de onda P.

Este ancho del espesor, es un valor estimado que está asociado a la mitad de la longitud de la onda en la cual esta contenida en la mayor frecuencia, dado que esto nos permite estudiar estructuras de pequeña escala. Esta frecuencia máxima corresponde a los 5.5 Hz, por tanto se estima que la zona generadora de scattering tiene un espesor máximo de  $\approx 1.2$  km, y que es posible que tenga cierta rugosidad, generando así la dispersión de energía en todas las direcciones posibles. Luego, este scattering de ondas sísmicas es el que viajaría rozando el CMB, donde la energía atrapada en este cierto espesor se propaga, y a medida que se propaga se va escapando a la superficie.

Esta investigación entrega la posibilidad de realizar trabajos a futuro que puedan profundizar y complementar la evidencia que registros de observaciones sismológicas en altas frecuencias de terremotos grandes, pueden ayudar a caracterizar de mejor manera las estructuras finas que hay en el núcleo de la Tierra.

---

# Bibliografía

- [1] Adams, R. D. & Randall, M.J., 1964. The fine structure of the earth's core. *Bull seism SOC Am* 54, 1299-1313.
- [2] Aguilar, A., 2010. Origen de heterogeneidades del interior de la Tierra (Tesis de pregrado). Universidad de Concepción, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Geofísica.
- [3] Baig, A. M., and Dahlen, F. A., 2003. Traveltimes of waves in three-dimensional random media. *Geophys J Int* 153, 467–482.
- [4] Bataille, K., and Flatté, S. M., 1988. Inhomogeneities near the core-mantle boundary inferred from short-period scattered PKP waves recorded at the Global Digital Seismograph Network. *J Geophys Res* 93 15 057-15 064
- [5] Bataille, K., and Lund, F., 1996. Strong scattering of short-period seismic waves by the core-mantle boundary and the P-diffracted wave. *Geophys Res Lett* 23, 2413–2416.
- [6] Bolt, B. A., 1962. Gutenbergs early PKP observations. *Nature* 196, 122-124.
- [7] Bolt, B. A., 1964. The velocity of seismic waves near the Earths center. *Bull Seismol Soc Am* 54,191-208.
- [8] Brandenburg, J.P., van Keken, P.E., 2007a. Deep storage of oceanic crust in a vigorously convecting mantle. *J Geophys Res* 112.
- [9] Buchbinder, G. R., 1971. A velocity structure of the earth's core. *Bull seism Soc Am* 61, 429.
- [10] Cao, A., and Romanowicz, B., 2007. Locating scatterers in the mantle using array analysis of PKP precursors from an earthquake doublet. *Earth Planet Sci Lett* 255, 22–31.
- [11] Chaljub, E., and Valette, B., 2004. Spectral element modeling of three dimensional wave propagation in a self-gravitating Earth with an arbitrarily stratified outer core. *Geophys J Int* 158, 131–141.

- [12] Cleary, J., and Haddon, R., 1972. Seismic wave scattering near the core-mantle boundary: A new interpretation of precursors to PKP. *Nature* 240, 549–551.
- [13] Davies, G.F., 2002. Stirring geochemistry in mantle convection models with stiff plates and slabs. *Geochim Cosmochim Acta* 66, 3125–3142.
- [14] Doornbos, D. J., and Husebye, E., 1972. Array analysis of PKP phases and their precursors. *Phys Earth Planet Inter* 5, 387–399.
- [15] Doornbos, D. J., 1978. On seismic-wave scattering by a rough core-mantle boundary. *Geophys J R Astron Soc* 53, 643–662.
- [16] Fichtner, A., and Igel, H., 2008. Efficient numerical surface wave propagation through the optimization of discrete crustal models – a technique based on non-linear dispersion curve matching (DCM). *Geophys J Int* 173, 519–533.
- [17] Gibowicz S.J., Kijko A., An Introduction to Mining Seismology, Academic Press, 1994.
- [18] Gubbins, D., 2004. Time Series Analysis and Inverse Theory for Geophysicists. *Cambridge University Press, Cambridge, UK*.
- [19] Haddon, R. A. W., 1973. Scattering of seismic body waves by small random inhomogeneities in the Earth.
- [20] Haddon, R. A. W. & Cleary, J. R., 1973b. Evidence for seismic wave scattering near the core-mantle boundary. *Phys Earth Planet Int.*
- [21] Haddon, R. & Cleary, J., 1974. Evidence for scattering of seismic PKP waves near the mantle-core boundary. *Phys Earth planet Inter* 8(3), 211–234.
- [22] Haddon, R. A. W., 1982. Evidence for inhomogeneities near the core-mantle boundary. *Phil Trans R Soc London A* 306, 61-70.
- [23] Haugland, S.M., Ritsema, J., van Keken, P.E., Nissen-Meyer, T., 2017. Analysis of PKP scattering using mantle mixing simulations and axisymmetric 3D waveforms. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*.
- [24] Hedlin, M. A., Shearer, P. M. & Earle, P. S., 1997. Seismic evidence for small-scale heterogeneity throughout the Earth's mantle. *Nature* 387(6629), 145–150.
- [25] Helffrich, G. & Kaneshima, S., 2010. Outer-core compositional stratification from observed core wave speed profiles. *Nature* 468, 807–810.

- [26] Hofmann, A.W., White, W.M., 1982. Mantle plumes from ancient oceanic crust. *Earth Planet Sci Lett* 57, 421–436.
- [27] Haddon, R. A. W., 1972. Corrugations on the mantle-core boundary or transition layers between inner and outer cores?. *EOS Trans Am geophys Un* 53, 600.
- [28] Jeanloz, R., and Richter, F. M., 1979. Convection, composition and thermal state of the lower mantle. *J Geophys Res* 84, 5497-5504.
- [29] Jeffreys, H., 1939. The times of the core waves. *Mon Not R Astron Soc Geophys Suppl* 4, 498.
- [30] Kennett, B.L.N. & Engdahl, E.R., 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification, *Geophys. J. Int.*, 105,429-465.
- [31] King, D. W., Haddon, R. A. W., Cleary, J., 1974. Array analysis of precursors to PKIKP in the distance range 128° to 143°. *Geophys J R Astron Soc* 37, 157-173.
- [32] Knittle, E., and Jeanloz R., 1986. High-Pressure metallization of FeO and implications for the earth's core. *Geophys Res Lett* 13, 1541-1544.
- [33] Komatitsch, D., and Tromp, J., 2002b. Spectral-Element Simulations of Global Seismic Wave Propagation—II. 3-D Models, Oceans, Rotation, and Self-Gravitation. *Geophys J Int* 150, 303–318.
- [34] Kristekova, M., Kristek, J., Moczo, P., and Day, S. M., 2006. Misfit criteria for quantitative comparison of seismograms. *Bull Seismol Soc Am* 96, 1836–1850.
- [35] McNamara, A., Garnero, E., and Rost, S., 2010. Tracking deep mantle reservoirs with ultra-low velocity zones. *Earth Planet Sci Lett* 299, 1–9.
- [36] Miller, M., and Niu, F., 2008. Bulldozing the core-mantle boundary: Localized seismic scatterers beneath the Caribbean Sea. *Phys Earth Planet Inter* 170, 89-94.
- [37] Mori, J., y Shimazaki, K., 1984. “High stress drop of short-period subevents from the 1986 Tokachi-Oki earthquake as observed on strong-motions records”. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 1529-1544.
- [38] Muller, R. D., Sdrolias, M., Gaina, C. & Roest, W. R., 2008. Age, spreading rates, and spreading asymmetry of the world's ocean crust. *Geochemistry Geophysics Geosystems* 9, Q04006.

- [39] Nissen-Meyer, T., Dahlen, F. A., and Fournier, A., 2007a. Spherical-earth Fréchet sensitivity kernels. *Geophys J Int* 168, 1051–1066.
- [40] Nissen-Meyer, T., Fournier, A., and Dahlen, F. A., 2007b. A 2-D spectral - element method for computing spherical-earth seismograms–I. Moment-tensor source. *Geophys J Int* 168, 1067–1093.
- [41] Nissen-Meyer, T., van Driel, M., Stähler, S. C., Hosseini, K., Hempel, S., Auer, L., Colombi, A., and Fournier, A., 2014. AxiSEM: broadband 3-D seismic wavefields in axisymmetric media. *Solid Earth* 5, 425–445.
- [42] Niu, F., and Wen, L., 2001. Strong seismic scatterers near the core-mantle boundary west of Mexico. *Geophys Res Lett* 418, 3557–3560.
- [43] Pérez Gracia, M. D. L. V., 2001. Radar de subsuelo. Evaluación para aplicaciones en arqueología y en patrimonio histórico-artístico. Tesis doctoral, UPC, Departament d’Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica.
- [44] Qamar, A., 1973. Revised velocities in the Earth’s core. *Bull Seismol Soc Am* 63, 1073 – 1105.
- [45] Ringwood, A. E., 1979. Composition and Petrology of the Earth’s Mantle. *McGraw-Hill New York*.
- [46] Ruiz Tapia, S. (2008). Caracterización de Ondas Sísmicas de Campo Cercano en Alta Frecuencia. Disponible en <http://repositorio.uchile.cl/handle/2250/103000>
- [47] Sacks, I. S., and Saa, G., 1969. The structure of the transition zone between the inner core and the outer core. *Year Book Carnegie Inst Washington* 69, 419 – 426.
- [48] Sato, H., 1979. Wave propagation in one dimensional inhomogeneous elastic media. *J Phys Earth* 27, 455-466.
- [49] Shearer, P. M., 1999. Introduction to seismology. *Cambridge university press*.
- [50] Sigloch, K., and Mihalnyuk, M., 2013. Intra-oceanic subduction shaped the assembly of Cordilleran North America. *Nature* 496, 50–56.
- [51] Stacey, F. D. and Loper, D. E., 1983. The thermal layer interpretation of D” and its role as a plume source. *Phys Earth Planet Inter* 33, 45-55.
- [52] Stein, S. and Wysession, M., 2003. An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure. *Blackwell Scientific, Malden, MA*.

- [53] Stixrude, L., Lithgow-Bertelloni, C., 2012. Geophysics of chemical heterogeneity in the mantle. *Annu Rev Earth Planet Sci* 40, 569–595.
- [54] Thomas, C., Kendall, J. M., and Helffrich, G., 2009. Probing two low-velocity regions with PKP b -caustic amplitudes and scattering. *Geophys J Int* 178, 503–512.
- [55] Tkalčić, H., 2015. Complex inner core of the Earth: The last frontier of global seismology. *Rev Geophys* 53, 59–94.
- [56] Ulrich, T., 2006. Envelope Calculation From the Hilbert Transform. Technical Report. *Los Alamos National Laboratory: Los Alamos, NM, USA*
- [57] Vanacore, E., Niu, F., and Ma, Y., 2010. Large angle reflection from a dipping structure recorded as a PKIKP precursor: Evidence for a low velocity zone at the core-mantle boundary beneath the Gulf of Mexico. *Earth Planet Sci Lett* 293, 54–62.
- [58] Vidale, J. E. & Hedlin, M. A., 1998. Evidence for partial melt at the core–mantle boundary north of Tonga from the strong scattering of seismic waves. *Nature* 391(6668), 682–685.
- [59] Waszek, L., Thomas, C., and Deuss, A., 2015. PKP precursors: Implications for global scatterers. *Geophys Res Lett* 42, 3829–3838.
- [60] Wen, L. & Helmberger, D. V., 1998. Ultra low velocity zones near the core–mantle boundary from broadband PKP precursors. *Science* 279, 1701–1703.
- [61] Wallace, T. C., Helmberger, D. V. & Mellman, G. R., 1981. “A technique for the inversion of regional data in source parameter studies”. *J. Geophys. Res.*, 86, 1679-1685.
- [62] Wu, H. and Aki, K., 1985. Scattering characteristics of the elastic waves by an elastic heterogeneity. *Geophysics* 50, 582-595.
- [63] Xie, S., Tackley, P.J., 2004. Evolution of U–Pb and Sm–Nd systems in numerical models of mantle convection and plate tectonics. *J Geophys Res* 109.
- [64] Yuen, D. A., and Peltier, W. R., 1980. Mantle plumes and the thermal stability of the D” layer. *Geophys Res Lett* 7, 625-628.
- [65] Zwillinger, D., 1996. Standard Mathematical Tables and Formulae, CRC Press, ed. Daniel Zwillinger, 30th edition. *pgs* 547-550.

---

# Appendix A

## Anexo



## A.1 Envoltorias

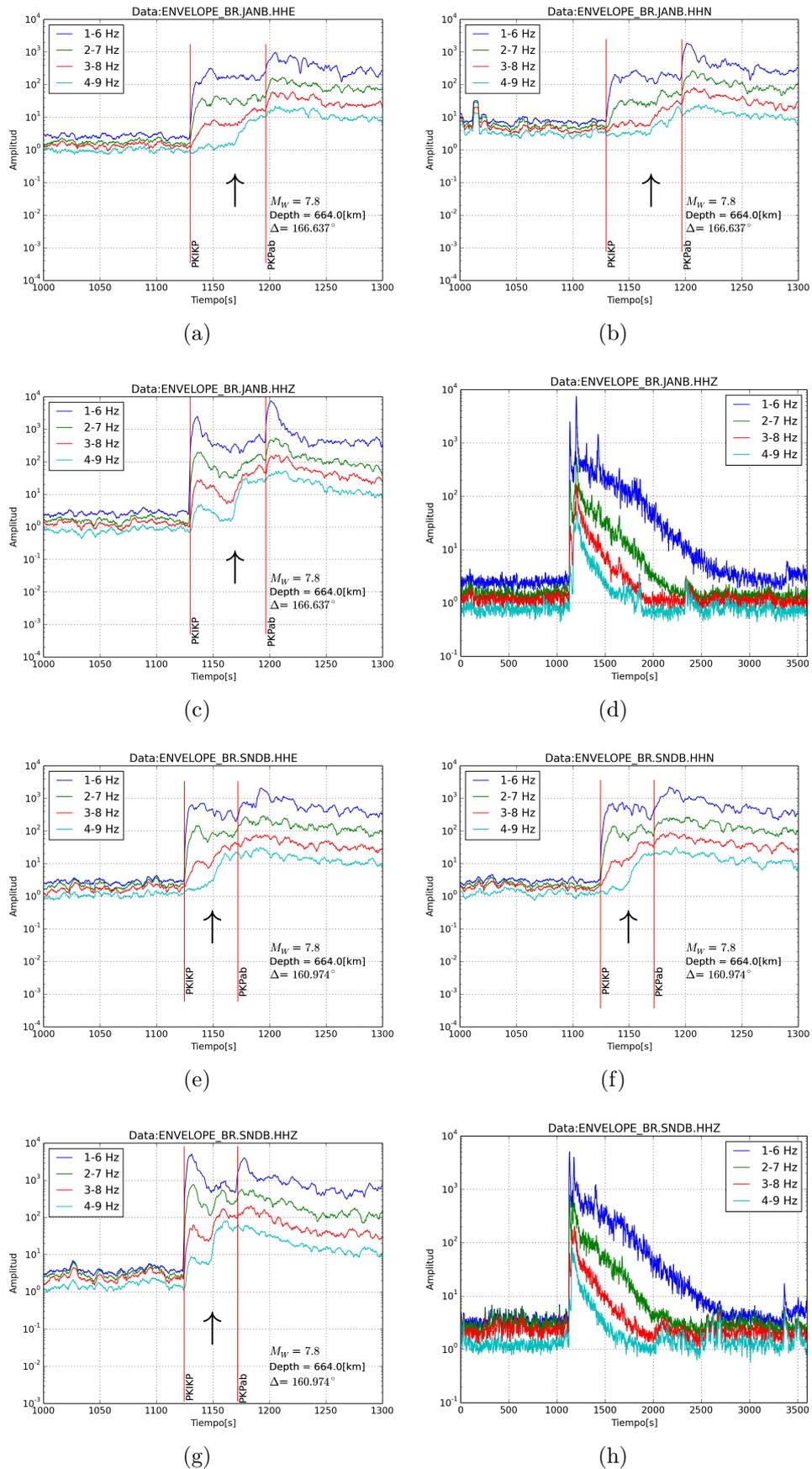


Figura A.1: Registros de envoltorias en 4 bandas de frecuencias, de la componente este, norte y vertical (componente vertical mostrado en sección de resultados) del evento ocurrido en Bonin. Estas registradas por la estación JANB y SNDB. Figuras A.1.d y A.1.h muestran el registro de JANB y SNDB de la componente vertical, y con una ventana de tiempo de 3600 s.

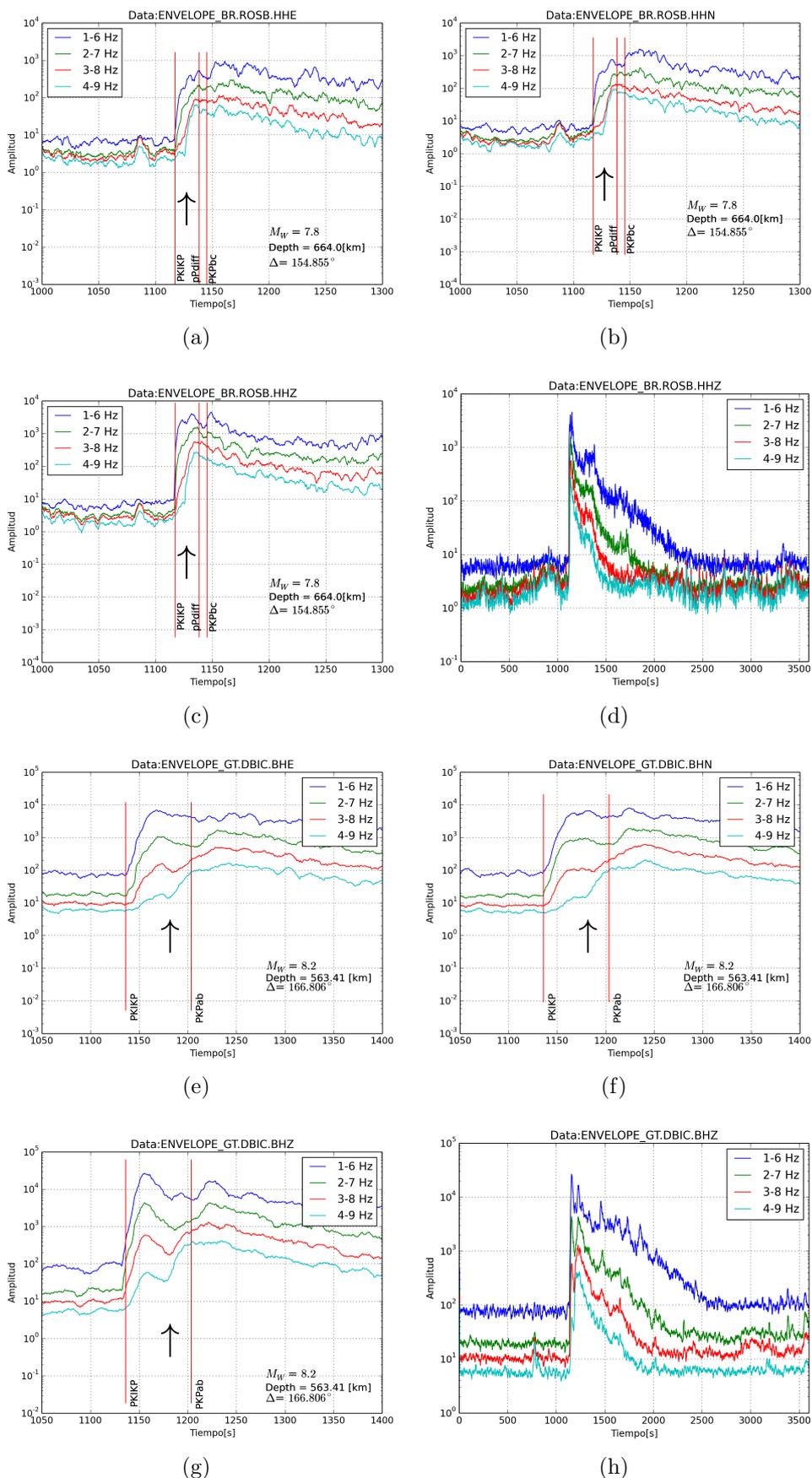


Figura A.2: Registros de envoltorias en 4 bandas de frecuencias, de la componente este, norte y vertical (componente vertical mostrado en sección de resultados). Estas registradas por la estación ROSB (evento de Bonin) y DBIC (evento Islas Fiji (2018)). Figuras A.2.d y A.2.h muestran el registro de ROSB y DBIC de la componente vertical, y con una ventana de tiempo de 3600 s.

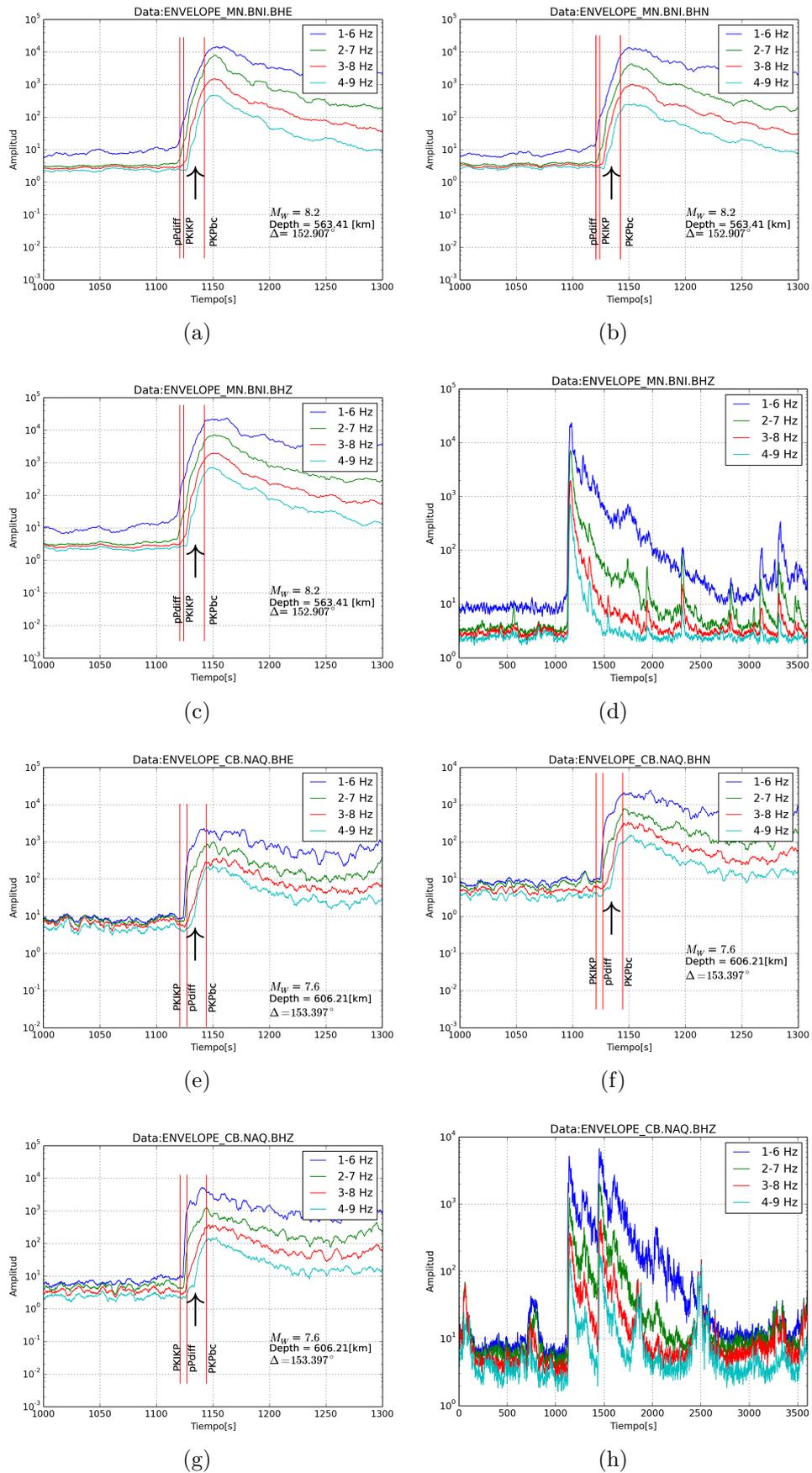


Figura A.3: Registros de envoltorias en 4 bandas de frecuencias, de la componente este, norte y vertical (componente vertical mostrado en sección de resultados). Estas registradas por la estación BNI (evento de Islas Fiji (2018)) y NAQ (evento zona entre Perú-Brasil (2015)). Figuras A.3.d y A.3.h muestran el registro de BNI y NAQ de la componente vertical, y con una ventana de tiempo de 3600 s.

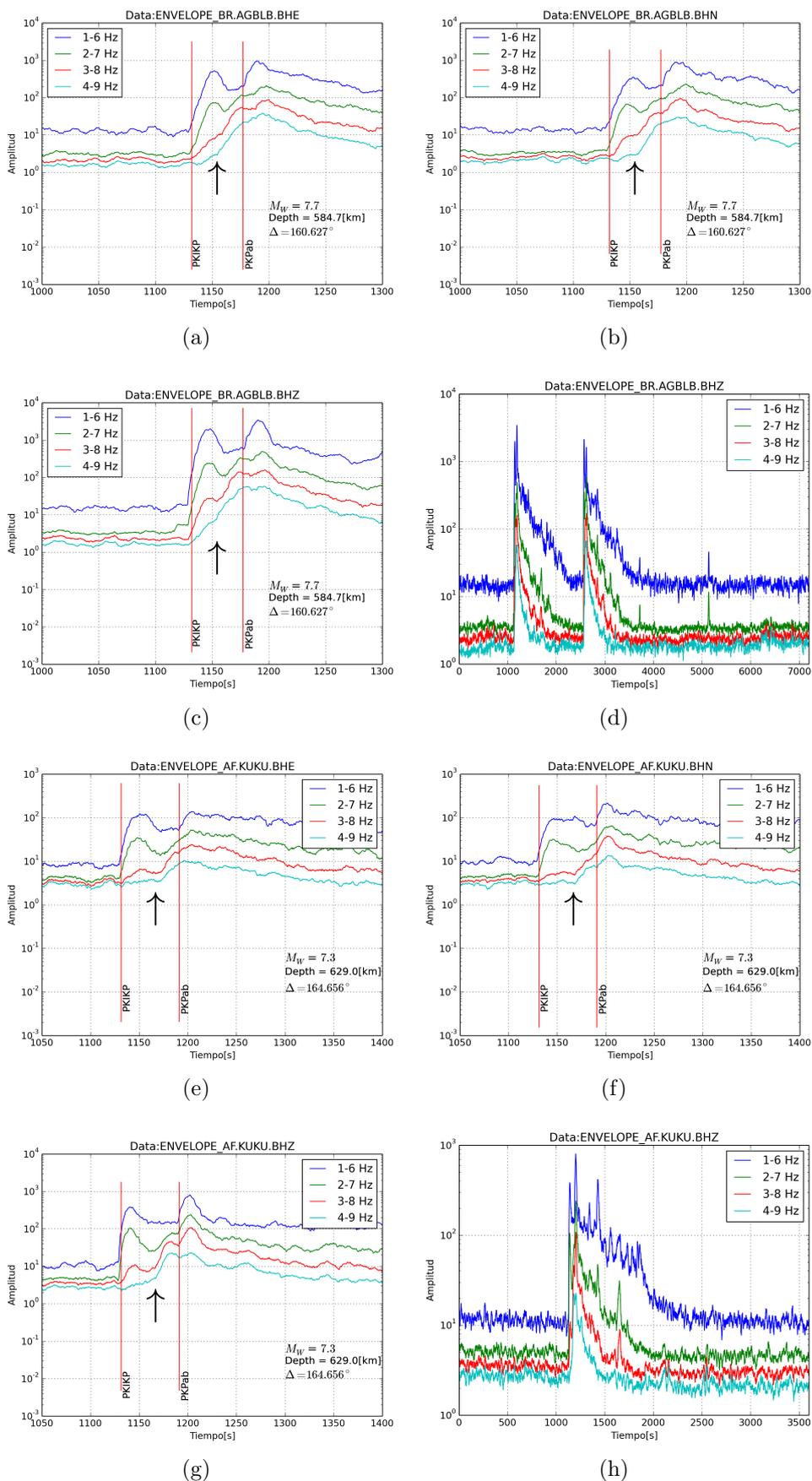


Figura A.4: Registros de envoltorias en 4 bandas de frecuencias, de la componente este, norte y vertical (componente vertical mostrado en sección de resultados). Estas registradas por la estación AGLB (evento Islas de Filipinas (2010)) y KUKU (evento Islas de Fiji (2011)). Figuras A.4.d y A.4.h muestran el registro de AGLB y KUKU de la componente vertical, y con una ventana de tiempo de 3600 s.

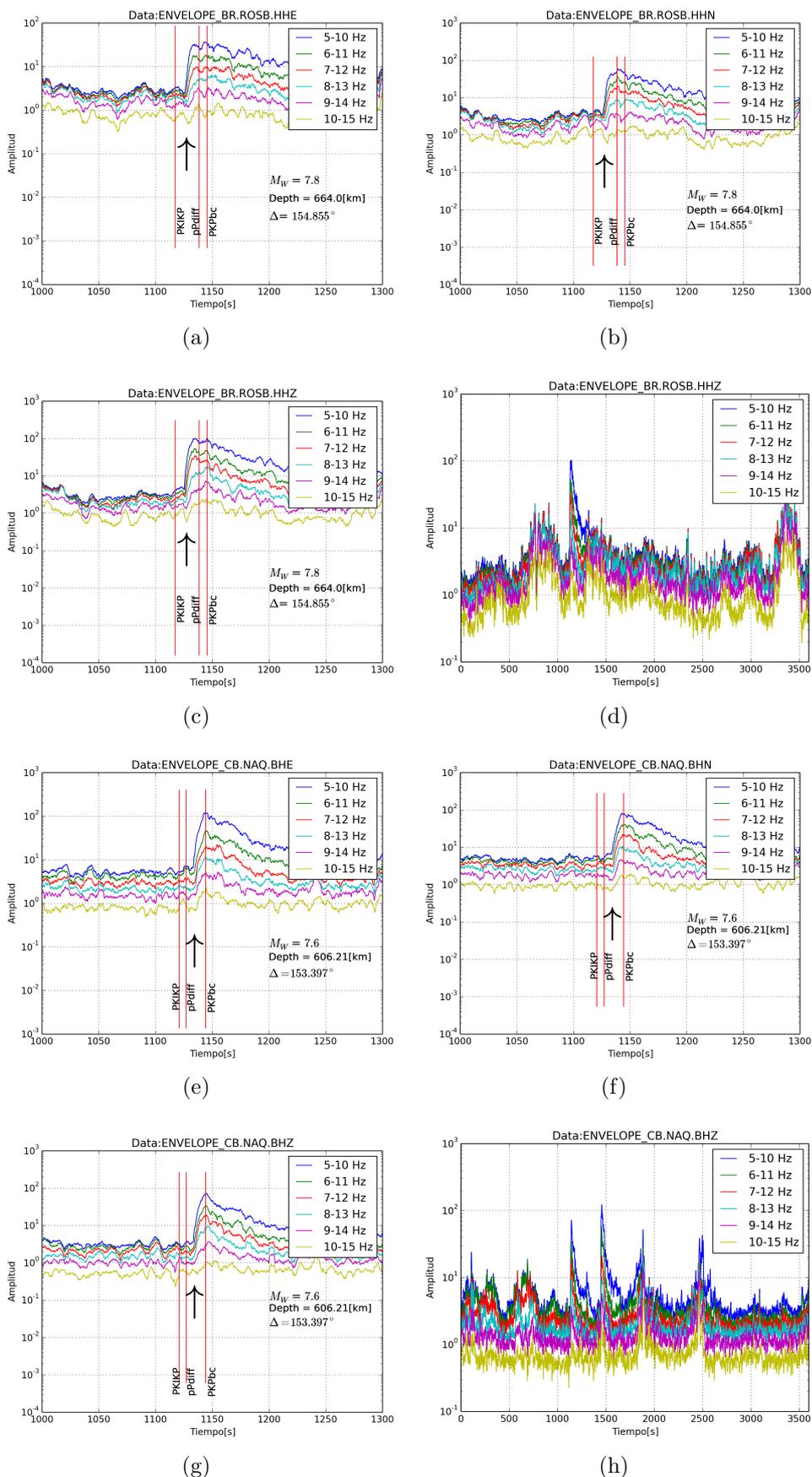


Figura A.5: Registros de envoltorias en 4 bandas de frecuencias, de la componente este, norte y vertical (componente vertical mostrado en sección de resultados). Estas registradas por la estación ROSB (evento de Bonin) y NAQ (evento zona entre Perú-Brasil (2015)). Figuras A.5.d y A.5.h muestran el registro de ROSB y NAQ de la componente vertical, y con una ventana de tiempo de 3600 s.

## A.2 Modelo Axisem y datos observados en frecuencias bajas

En esta sección se realiza la comparación de los datos sísmicos sintéticos (programa Axisem) con respecto a los datos observados que son obtenidos mediante IRIS. Para esta comparación hay que tener en consideración aspectos importantes como:

1. La cobertura sísmica que presenta Axisem, en el plano frecuencial de ondas de superficie y de cuerpo está dentro de los 0.001 Hz a 1 Hz. Pero, sabiendo que el campo relevante de este estudio corresponde a frecuencias superiores a los 1 Hz, se hace necesaria la distinción de que el objetivo de esta sección es ver la sensibilidad que tiene el modelo con respecto a las frecuencias bajas observadas, lo que nos permitirá ver si el modelo axisem se acerca a los datos observados en frecuencias bajas.
2. Debido al costo computacional y la limitancia que tiene el programa Axisem, se realiza una simulación con un periodo de dominante de cada terremoto de 15 s, por tanto la frecuencia dominante del modelo se centra aproximadamente en los 0.07 Hz.
3. Los desplazamientos normalizados sintéticos para cada test realizado no refleja de la mejor manera las señales reales de cada terremoto. Posiblemente se puede interpretar como la existencia de un desfase al momento de retratar la señal original, que puede relacionarse a problemas del tiempo del dato sintético, o también a las restricciones del modelo de velocidad utilizado para el proceso en el modelo AXISEM.

### A.2.1 Test 1

El primer caso es el terremoto ocurrido en la zona del mar de Okhotsk ocurrido el 24 de mayo de 2013, de magnitud 8.3  $M_w$  (IRIS), profundidad de 608 km, utilizando un periodo de simulación de 15 s (mismo parámetro para los test 2 y 3). Este corresponde al terremoto  $n^{\circ}2$  de acuerdo al cuadro 6.1.

En las figuras asociadas a cada test realizado, se muestran los desplazamientos normalizados de cada componente de la señal sísmica observada y sintética. Estos registros sísmicos son de un muestreo de 20 Hz, y con un filtro tipo lowpass de 0.07 Hz.

El orden de cada estación sismológica para cada figura viene de mayor a menor distancia epicentral.

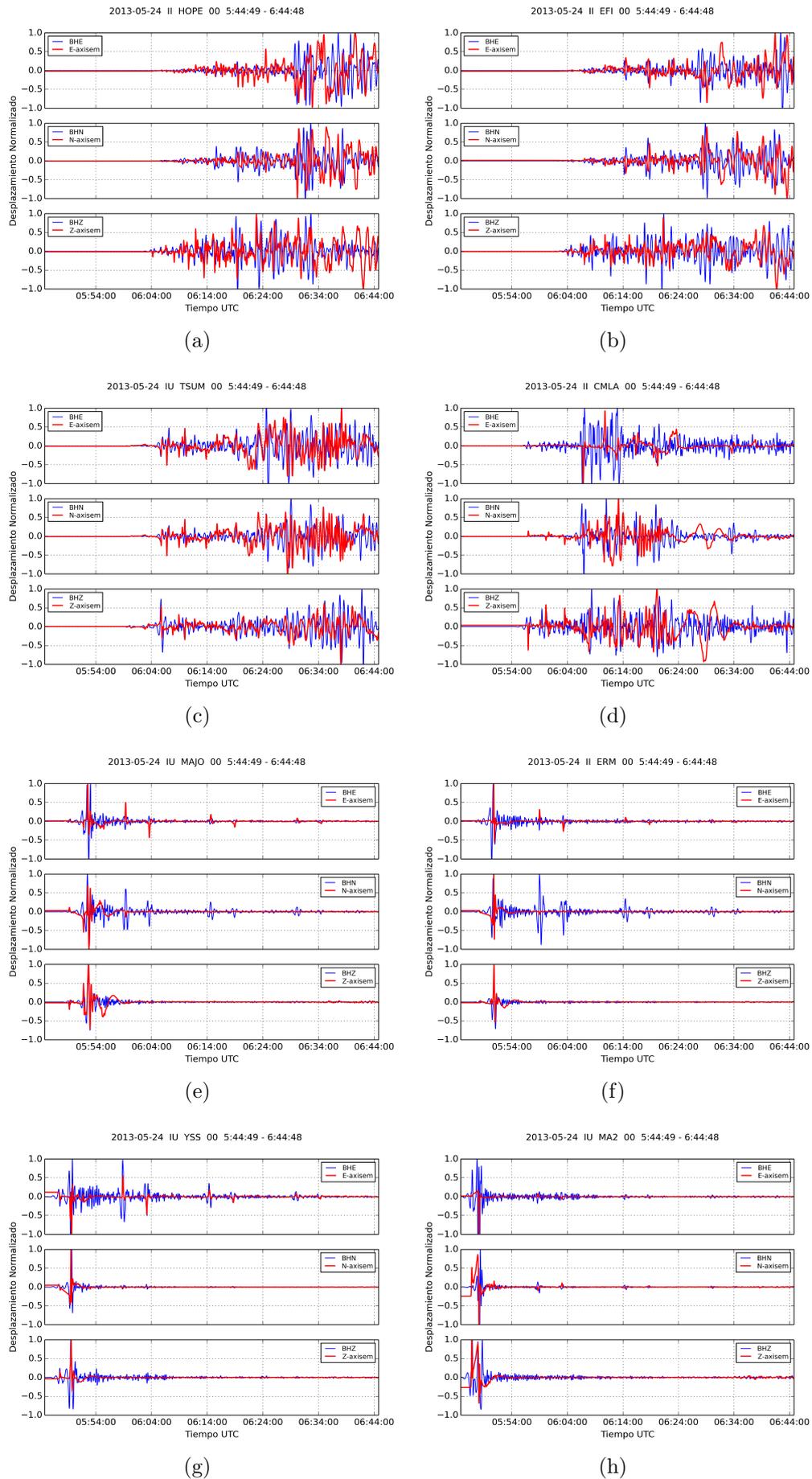


Figura A.6: Desplazamiento normalizado sintético (línea roja) y observado (línea azul) de la estación sísmica HOPE ( $\Delta = 174.225^\circ$ ), EFI ( $\Delta = 161.08^\circ$ ), TSUM ( $\Delta = 131.22^\circ$ ), CMLA ( $\Delta = 87.42^\circ$ ), MAJO ( $\Delta = 21.02^\circ$ ), ERM ( $\Delta = 14.06^\circ$ ), YSS ( $\Delta = 10.31^\circ$ ), y MA2 ( $\Delta = 4.97^\circ$ ).

## A.2.2 Test 2

El segundo caso es el terremoto ocurrido en la zona de las Islas Fiji. Ocurrido el 19 de agosto de 2018, de magnitud  $8.2 M_w$  y con profundidad de 563.41 km. De acuerdo al cuadro 6.1, este corresponde al terremoto  $n^{\circ}12$ .

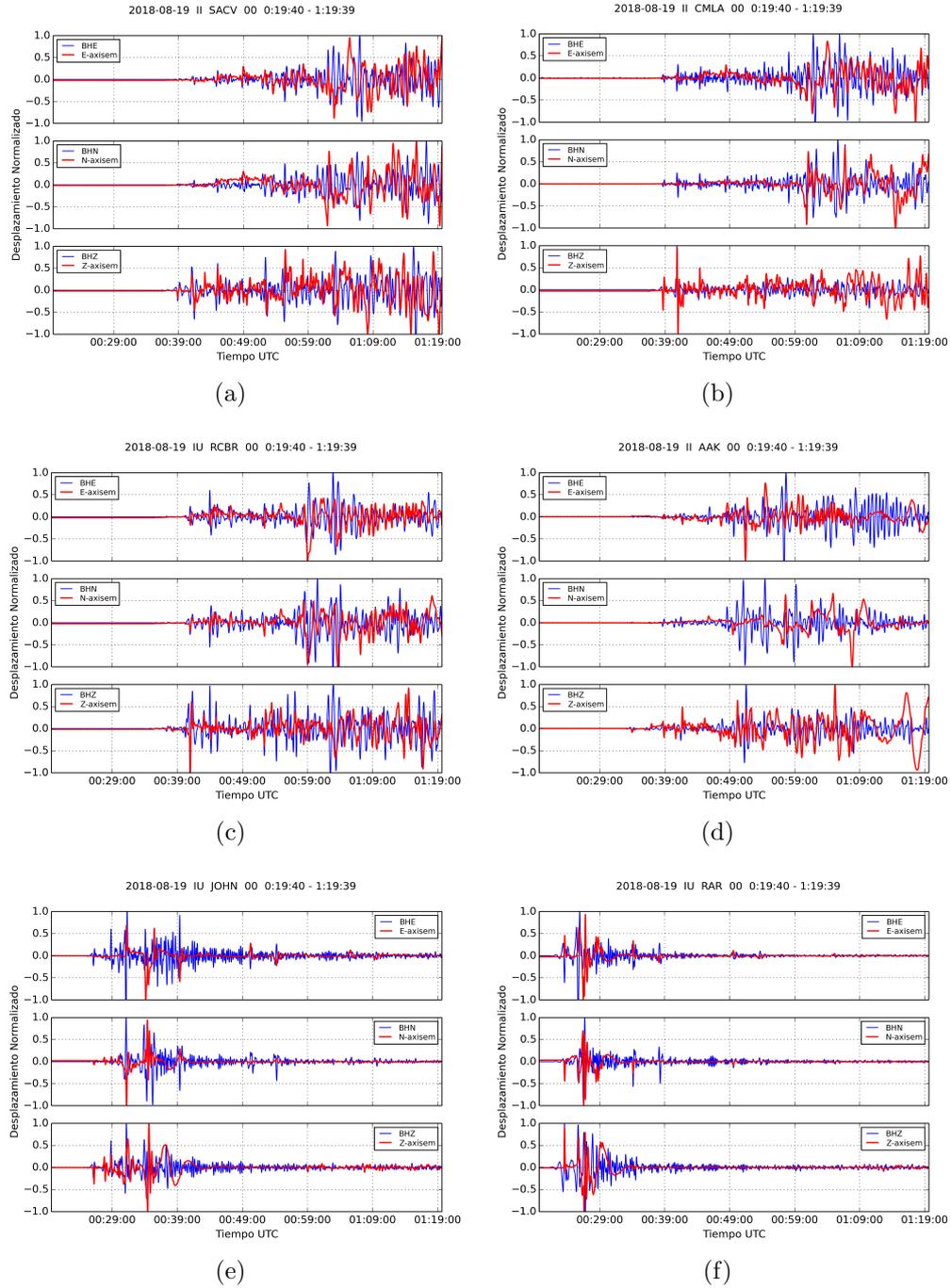


Figura A.7: Desplazamiento normalizado sintético (línea roja) y observado (línea azul) de la estación sísmica SACV ( $\Delta = 155.42^{\circ}$ ), CMLA ( $\Delta = 149.05^{\circ}$ ), RCBR ( $\Delta = 135.73^{\circ}$ ), AAK ( $\Delta = 114.78^{\circ}$ ), JOHN ( $\Delta = 35.86^{\circ}$ ), y RAR ( $\Delta = 17.57^{\circ}$ ).

### A.2.3 Test 3

Para lograr una visualización más completa de la sensibilidad del modelo, veremos cómo responde con respecto a terremotos superficiales.

En este caso se compara de la misma forma que los test anteriores, pero ahora con el terremoto de Tohoku-Aki, ocurrido el 11 marzo de 2011, con profundidad de 19.7 km y de magnitud  $9.1M_w$ .

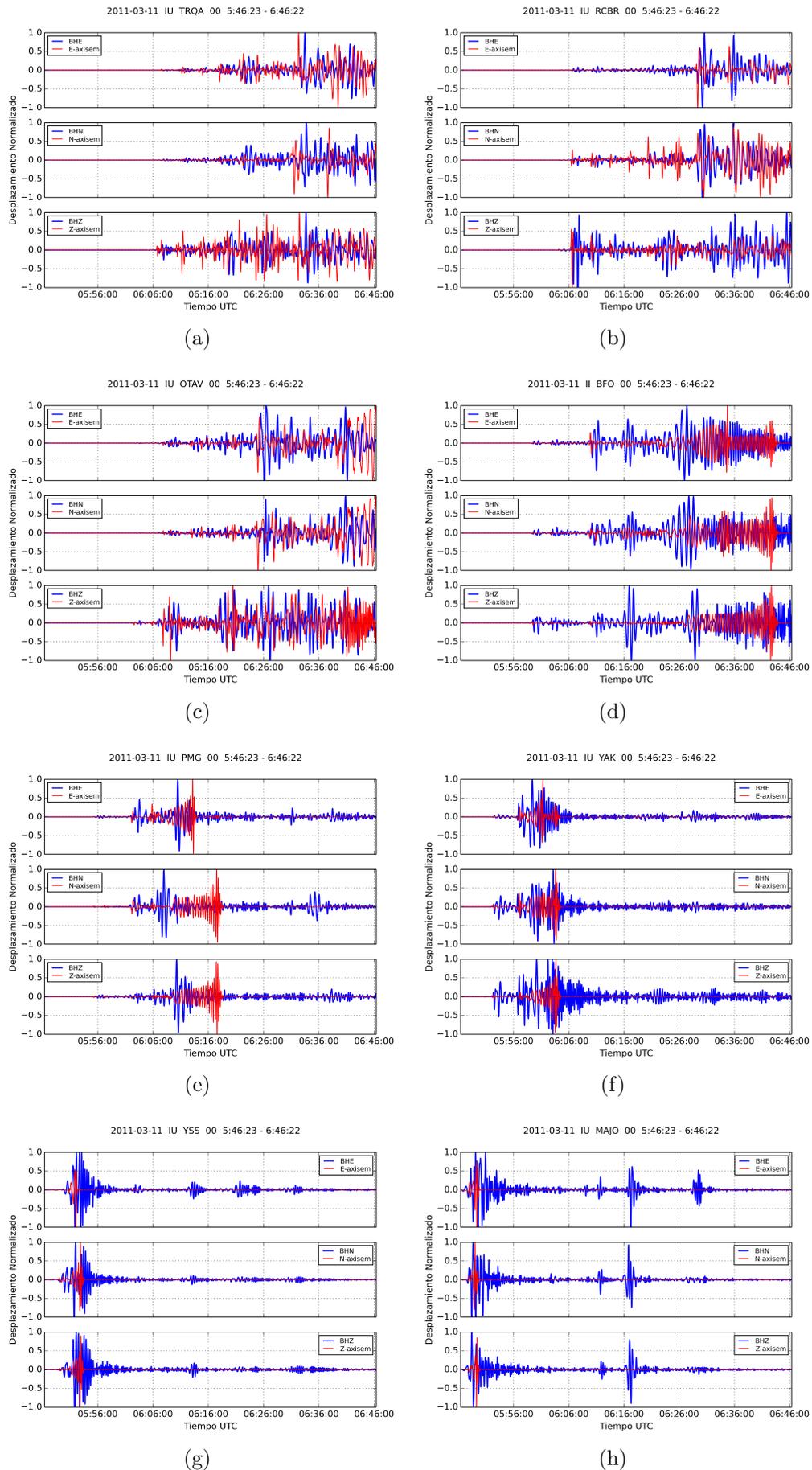


Figura A.8: Desplazamiento normalizado sintético (línea roja) y observado (línea azul) de la estación sísmica TRQA ( $\Delta = 160.02^\circ$ ), RCBR ( $\Delta = 148^\circ$ ), OTAV ( $\Delta = 126^\circ$ ), BFO ( $\Delta = 85^\circ$ ), PMG ( $\Delta = 47^\circ$ ), YAK ( $\Delta = 25^\circ$ ), YSS ( $\Delta = 8^\circ$ ), y MAJO ( $\Delta = 3^\circ$ ).

### A.3 Transformada de Hilbert

Dada una función  $f$ , en donde su transformada de Hilbert (Zwillinger, 1996) se define en la siguiente ecuación:

$$(\mathcal{H}f) = \tilde{f}(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{t-x} dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(x+t)}{t} dt \quad (\text{A.1})$$

donde la integral es un valor principal de Cauchy. Esta definición anterior se da en términos de una integral singular, esto a veces se comporta de una forma muy práctica de usar.

Por otro lado, una definición alternativa se da a continuación. Primero, que  $f$  sea una función integrable y definimos  $a(t)$  y  $b(t)$  por:

$$a(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos(tx) dx, \quad b(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin(tx) dx \quad (\text{A.2})$$

Considerando la función  $F(z)$ , definido por una integral de Fourier

$$F(z) = \int_0^{+\infty} (a(t) - ib(t)) e^{izt} dt = U(z) + i\tilde{U}z, \quad (\text{A.3})$$

donde  $z=x+iy$ . La parte real e imaginaria de  $F$  son

$$\begin{aligned} U(z) &= \int_0^{+\infty} (a(t) \cos(xt) + b(t) \sin(xt)) e^{-yt} dt, \quad y \\ \tilde{U}(z) &= \int_0^{+\infty} (a(t) \sin(xt) - b(t) \cos(xt)) e^{-yt} dt \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Formalmente,

$$\lim_{y \rightarrow 0} U(z) = f(x) = \int_0^{+\infty} (a(t) \cos(xt) + b(t) \sin(xt)) dt, \quad (\text{A.5})$$

y

$$\lim_{y \rightarrow 0} \tilde{U}(z) = -\tilde{f}(x) = \int_0^{+\infty} (a(t) \sin(xt) - b(t) \cos(xt)) dt, \quad (\text{A.6})$$

Por tanto, la transformada de Hilbert de una función  $f$  dada en la ecuación A.5, se define como  $\tilde{f}$  en la expresión de la ecuación A.6.

## A.4 Cálculo de envoltoria a partir de la transformada de Hilbert

Cálculo de envoltoria expresado por Ulrich, 2006 en el que define una forma de onda  $g(t)$ ,

$$g(t) = \sin(\omega t) \sin(\Omega t) \quad (\text{A.7})$$

Donde  $\omega > \Omega$ .

Esta envolvente asociada puede construirse a partir del valor absoluto de la señal analítica  $\aleph(g(t))$ , donde se compone de la forma de onda original  $g(t)$  y su parte imaginaria asociada a la transformada de Hilbert  $\tilde{g}(t)$ , es decir:

$$\aleph(g(t)) = g(t) + i\tilde{g}(t) \quad (\text{A.8})$$

1. Construcción de la transformada de Hilbert (Zwillinger, 1996)  $\tilde{g}(t)$ , a partir de  $g(t)$  de la siguiente manera:

$$\tilde{g}(t) = - \int_0^{+\infty} [a(f) \sin(ft) - b(f) \cos(ft)] df, \quad (\text{A.9})$$

$$a(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cos(ft) dt, \quad (\text{A.10})$$

y

$$b(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \sin(ft) dt. \quad (\text{A.11})$$

Iniciando con la construcción de a(f):

$$\begin{aligned} a(f) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\omega t) \sin(\Omega t) \cos(ft) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [\cos(\omega - \Omega)t - \cos(\omega + \Omega)t] \cos(ft) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} [\delta(f - \omega + \Omega) - \delta(f - \omega - \Omega)]. \end{aligned}$$

Se repite este proceso para la obtención de b(f), donde esto se define de la siguiente manera:

$$b(f) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\omega t) \sin(\Omega t) \sin(ft) dt.$$

Usando las identidades trigonométricas:

$$\begin{aligned} \sin(\alpha) \sin(\beta) &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)], \\ \cos(\alpha) \sin(\beta) &= \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)], \end{aligned}$$

Luego

$$b(f) = 0$$

Y ahora sustituyendo a(f) y b(f) dentro de la ecuación A.9.

$$\begin{aligned} \tilde{g}(t) &= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} [\delta(f - \omega + \Omega) - \delta(f - \omega - \Omega)] \sin(ft) df \\ &= -\frac{1}{2\pi} [\sin(\omega - \Omega)t - \sin(\omega + \Omega)t] \\ &= \frac{1}{2\pi} [\sin(\Omega - \omega)t - \sin(\Omega + \omega)t] \\ &= \frac{1}{\pi} \sin(\Omega t) \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Mencionado anteriormente, la forma correcta de la transformada de Hilbert para la señal dada  $g(t)$  debería ser

$$\tilde{g}(t) = -\sin(\Omega t) \cos(\omega t). \quad (\text{A.12})$$

La forma  $\tilde{g}(t)$  se tomará de la ecuación A.12.

2. Ahora que  $\tilde{g}(t)$  ha sido construido, la señal analítica se puede escribir explícitamente como:

$$\aleph = \sin(\omega t) \sin(\Omega t) - i \sin(\Omega t) \cos(\omega t). \quad (\text{A.13})$$

3. Finalmente, se obtiene de forma analítica la envolvente de la señal original  $g(t)$ , donde es necesario tomar el valor absoluto de la señal  $\aleph$ . Esta representación se puede observar en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} |\aleph| &= \sqrt{\aleph \aleph^*} \\ &= |\sin^2(\omega t) \sin^2(\Omega t) + \sin^2(\Omega t) \cos^2(\omega t)|^{\frac{1}{2}} \\ &= |\sin(\Omega t)| [\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)]^{\frac{1}{2}} \\ &= |\sin(\Omega t)|. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$